

Kompendium / Høgskolen i Gjøvik, 2012 nr. 1

Styrkeberegning: grunnlag

Henning Johansen

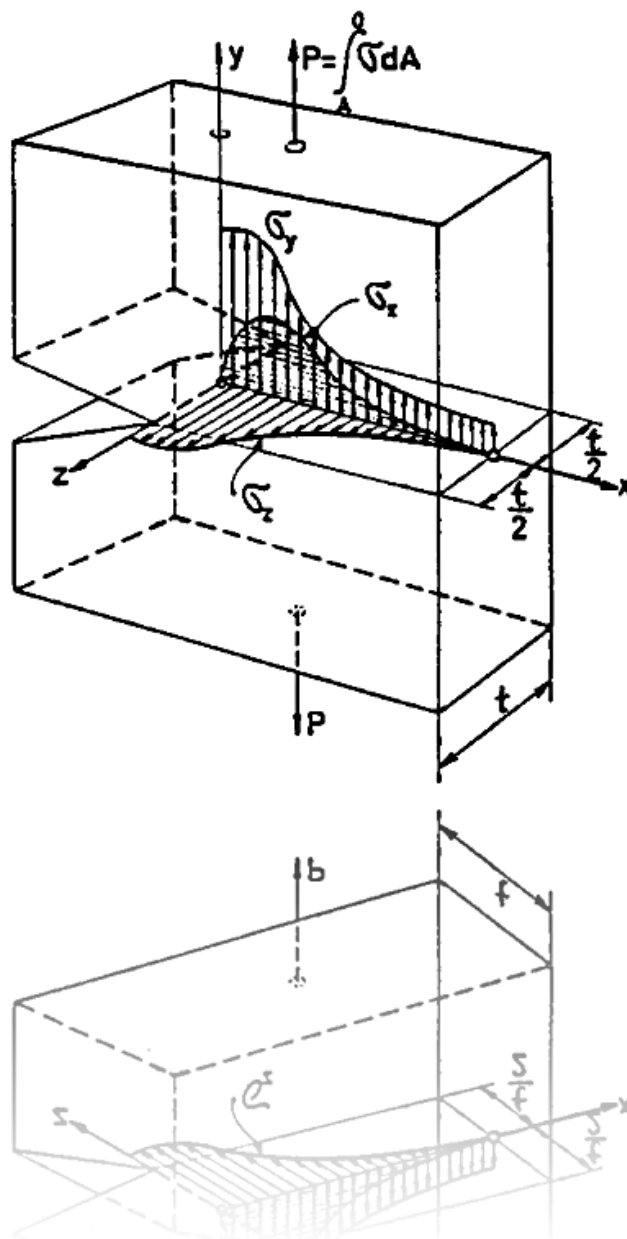


Gjøvik 2012

ISSN: 1503-3708

Styrkeberegning

grunnlag



	side:	
0	INNHOLD	2
1	INNLEDNING	3
2	BEREGNING AV SPENNINGER GENERELT	4
3	FORHOLDET MELLOM KONSTRUKTIV UTFORMING, SPENNINGER OG FASTHET	5
4	SPENNINGSANALYSE	7
	4.1 Enakset spenningstilstand	7
	4.2 Toakset spenningstilstand	8
	4.3 Hovedplan	9
	4.4 Hovedspenninger	10
	4.5 Maksimum skjærspenning	11
	4.6 Mohr's spenningssirkel	13
5	TVERRKONTRAKSJON VED STREKK OG TRYKK	15
	5.1 Flat stav	15
	5.2 Kube med sider = 1	16
6	FORMENDRINGSARBEID	17
7	BRUDDHYPOTESER	18
8	KJERVVIRKNING	20
9	MATERIALENES FASTHETSEGENSKAPER	24
	9.1 Statisk belastning	24
	9.2 Dynamisk belastning	25
	9.2.1 Utmattingsdiagram	26
	9.2.2 Anvendelse av utmattingsdiagram	30
	9.2.3 Sikkerhetsfaktor n	35
10	REFERANSER	36
11	VEDLEGG	37
	11.1 Øvingsoppgaver	37
	11.2 Fasit til øvingsoppgaver	42

1 INNLEDNING

Dette kompendium er beregnet på personer som er fortrolig med grunnleggende mekanikk og som ønsker å få en grunnleggende innføring i generell styrkeberegning. Det er skrevet ut i fra en serie med forelesninger, og hovedvekten er lagt på gode illustrasjoner. En mer omfattende skriftlig dokumentasjon på deler av fagstoffet finnes i lærebøker som for eksempel i Dahlvig, Christensen og Strømsnes bok, Konstruksjonselementer. Se kapittel 10 Referanser.

Som mål har dette kompendium å gi en innføring i hvordan spenninger beregnes generelt. Det gis eksempler på hvor viktig det er for konstruktøren / designeren å tenke konstruktiv utforming. En konstruksjonsdetalj som i utgangspunktet bare blir utsatt for krefter i en retning, vil p.g.a. sin utforming kunne bli utsatt for spenninger i flere retninger. Dette har igjen betydning for materialvalg og dimensjoner.

Det gis eksempler på hvordan dynamiske krefter gir andre spenningsresultater enn statiske krefter.

Ut ifra en grunnleggende spenningsfastsettelse vises det hvordan en matematisk kan sette opp et sett med ligninger som uttrykker de største normal- og skjærspenningene som opptrer i en konstruksjonsdetalj. Det vises også hvordan de samme spenningene kan løses grafisk.

Ut ifra de maksimale spenningene som opptrer diskuteres de vanligste spenningshypotesene. Det vises hvordan vi generelt kan sette sammen forskjellige kjente eller utregnede spenninger til en ny sammensatt tenkt spenning som påvirker materialet like sterkt. Denne spenningen danner utgangspunkt for valg av materiale og dimensjon.

Det er også vist hvordan materialer ved belastning oppfører seg med hensyn på forlengelse og kontraksjon.

Det vises med bruk av eksempler hvordan kjerver (hull, avtrapninger, spor, etc.) virker inn på spenningene. Det vises også hvordan forholdet mellom nominell- og maksimal spenning varierer med forskjellige konstruktiv utforming av kjervene. Nominell spenning er beregnet teoretisk, og maksimal spenning er virkelig opptredende spenning.

Videre vises det hvordan materialenes indre oppbygging, indre kjerver, virker inn på spenningene i en konstruksjonsdetalj.

Siste del av dette kompendium tar for seg materialenes fasthetsegenskaper med stor vekt på detaljer utsatt for dynamisk belastning. Det vises eksempler på brudd, hvordan utføre tester, hvordan behandle testresultater og hvordan kontrollere en konstruksjonsdetalj på utmatting. Det vises bruk av Wöhler- og Smith-diagrammer, hvordan sette opp diagrammene og hvordan benytte de for å kontrollere en gitt konstruksjonsdetalj.

Til slutt finnes et sett med oppgaver som kan gi leseren forståelse og øvelse av teorien presentert.

2 BEREGNING AV SPENNINGER GENERELT

Hvordan skal vi generelt gå frem ved beregninger?

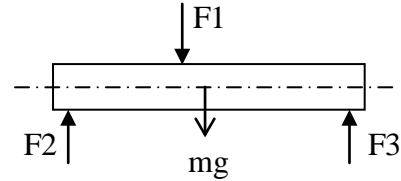
Det vil ofte være lurt å gjøre følgende:

► Ved konstruksjon, vurder hvilke spenninger konstruksjonen blir utsatt for?

► Tegn skisse

► Fastlegg kreftene, er det:

- ytre krefter
- tyngdekrefter
- dynamiske krefter (eks. sentripetalkrefter)

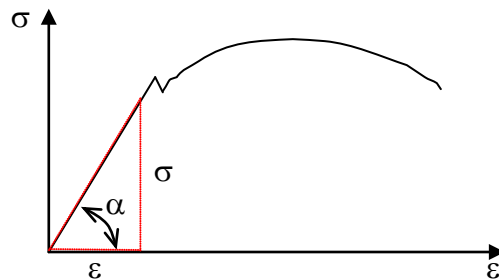


Figur 1.1
Skisse.

► Beregn spenningene

Vi:

- forutsetter at konstruksjonsdetaljen utsettes for elastiske spenninger og at Hooke's lov gjelder: $E = \sigma / \varepsilon$



Fra figuren:

$$\tan \alpha = E = \sigma / \varepsilon$$

hvor:

E = Elastisitetsmodul

σ = spenning

ε = tøyning $\Delta L / L$

Figur 1.2

Spenning - tøyning ved strekkprøving.

- gjør forenklinger hvor det er uregelmessighet i spenningene
- benytter noen ganger tilnærmede løsninger
- benytter standarder, f.eks. NS, som bygger på erfaringer
- benytter noen ganger overslagsberegninger

► Velg materiale

► Fastlegg dimensjonene:

- ta hensyn til belastningstypen, er den:
 - statisk
 - dynamisk
- vær nøye med den konstruktive utformingen

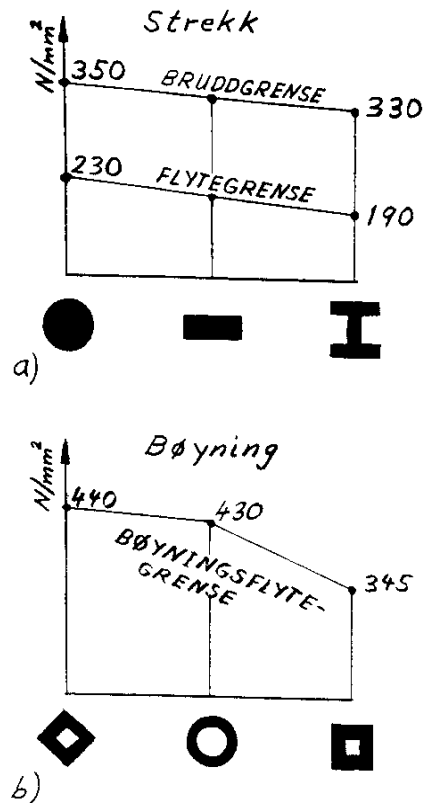
3 FORHOLDET MELLOM KONSTRUKTIV UTFORMING, SPENNINGER OG FASTHET

En konstruksjons styrke er i vesentlig grad bestemt av dens geometriske form.

Forandres formen, forandres også de opptrædende spenningers størrelse og fordeling. Figuren til høyre viser hvordan bruddfastheten og flytegrense ved strekk og bøyning endrer seg ved forskjellige (like store) tverrsnittsarealer.

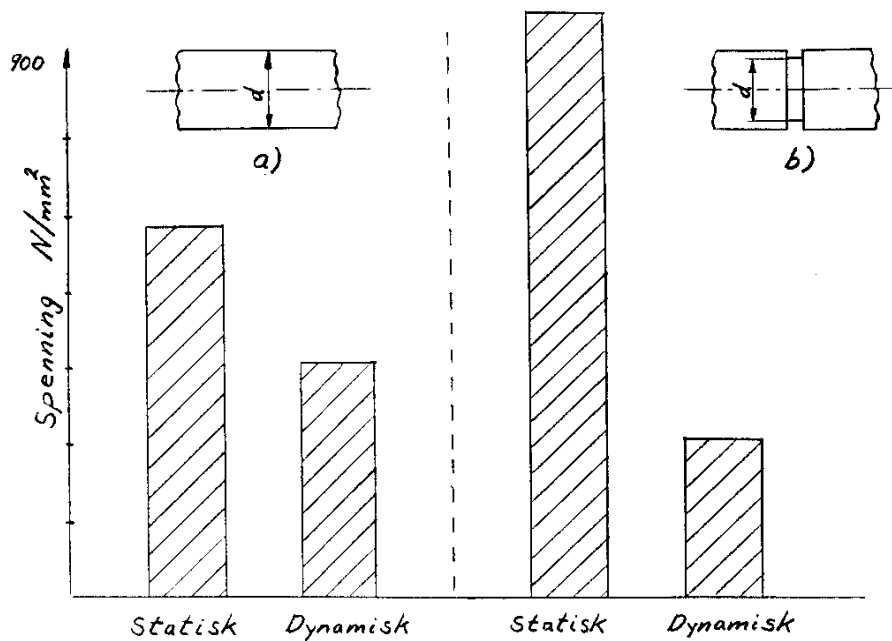
Selv om de ytre krefter i og for seg skulle gi enakset spenningstilstand, kan konstruksjonens form gi krefter også i andre retninger. Det oppstår da en flereakset spenningstilstand.

Under innvirkning av en slik penningstilstand kan et ellers seigt materiale opptre som om det er sprøtt.



Figur 3.1
Prøvestaver med samme tverrsnittareal, med forskjellig form på tverrsnittet og utsatt for strekkbelastning.

Denne figuren viser at konstruksjonsdetaljer med inndreide spor (kjerver) gir fasthetsøkning når utsatt for statisk belastning og fasthetsreduksjon når utsatt for dynamisk belastning. Minste tverrsnitt, diameter er den samme i begge prøvestavene.



Figur 3.2
To glatte prøvestaver med og uten inndreid spor utsatt for statisk og dynamisk belastning. Prøvestavene har samme minste diameter, d.

Figuren til høyre viser primærspenningene σ_y som er forårsaket av den vertikale strekkraften P .

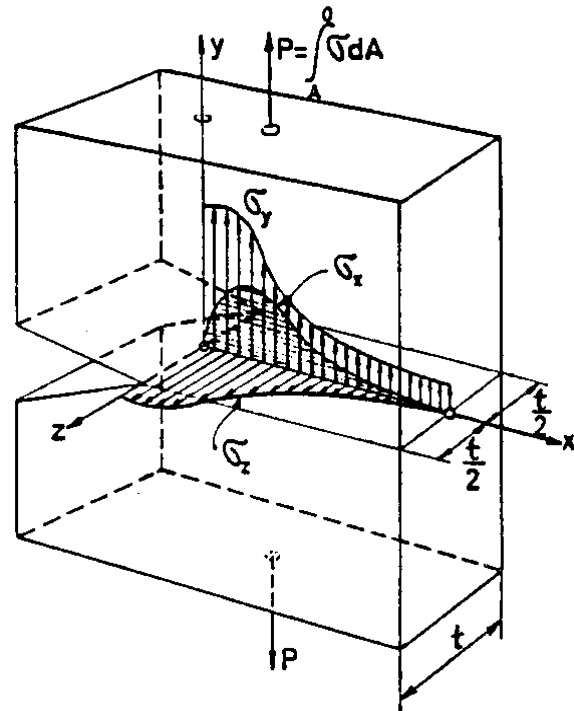
Sekundærspenningene σ_x og σ_z er forårsaket av tverrkontraksjonen.

En lengdeformasjon er alltid forbundet med en tverrdeformasjon (kontraksjon).

Da materialet til venstre utenfor bunnen av kjerven ikke overfører noen krefter, vil dette materialet ikke deformeres og heller ikke avlaste det sterkt anstrengte materiale i skårets bunn.

Formendring hindres av det ikke belastede materialet og derfor oppstår det en flerakset spenningstilstand.

⇒ Det vil i nærheten av en bruddanvisning (kjerv) med en ytre enakset spenningstilstand oppstå en flerakset spenningstilstand.

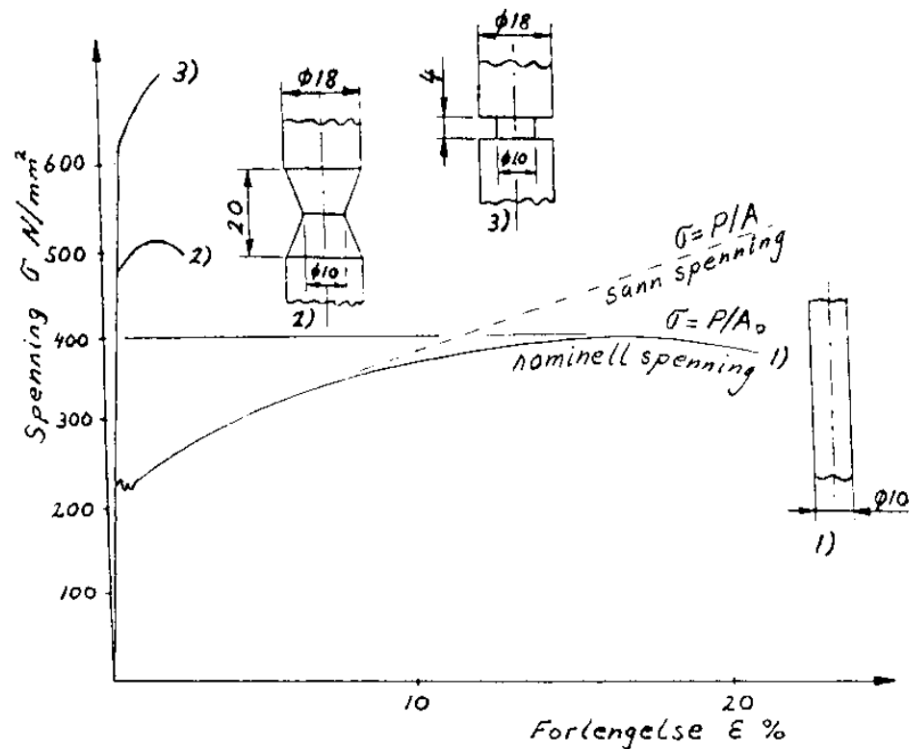


Figur 3.3
3-akset spenningstilstand i bunnen av en kjerv i en prøvestav.

Spenningene i figuren er vist i midten av staven, $Z = 0$. Ved sideflatene, $Z = \pm T/2$, kan ingen spenninger opptre vinkelrett på flatene. $\sigma_z = 0$, dvs. 2-akset spenningstilstand. Jo lenger vi forflytter oss fra sideflatene, jo større muligheter har det omkringliggende materialet til å forhindre en tverrkontraksjon, og σ_z øker.

Figuren til høyre viser 2 prøvestaver med kjerv (2 og 3) sammenlignet med en glatt prøvestav (1). Alle er utsatt for strekkspenning.

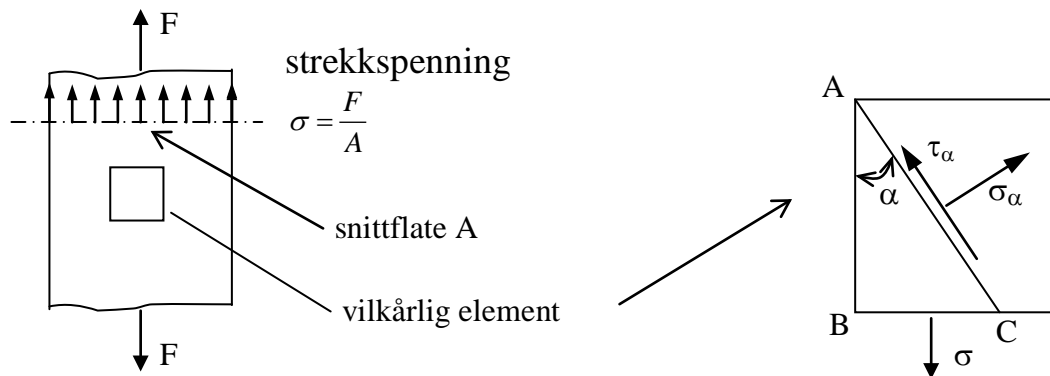
Figur 3.4
Spenning - forlengelse diagram for forskjellige prøvestaver av bløtt stål. Alle prøvestavene har samme minste diameter, $d = 10\text{mm}$.



4. SPENNINGSANALYSE

4.1 Enakset spenningstilstand

Vi ser på en strekkstav utsatt for bare strekkspenning i vertikalplanet, se figuren under. Vi tar ut et vilkårlig element i staven som vi forstørrer opp (figuren til høyre).



Figur 4.1
Enakset spenningstilstand.

Vi tegner inn en vilkårlig flate AC i en vinkel α med vertikalplanet AB.

Vi setter t = tykkelse av element.

På flaten AC vil det virke spenninger parallelt, skjærspenning τ_α , og vinkelrett normalspenning σ_α ,

For å lage ligninger for disse spenningene, summerer vi krefter i σ_α og τ_α retning (kraft = spenning x areal):

$$\begin{aligned} \Sigma F_{\sigma_\alpha} &= 0 \\ \sigma_\alpha (AC \cdot t) - \sigma (BC \cdot t) \sin \alpha &= 0 \\ \sigma_\alpha &= \sigma \frac{BC}{AC} \cdot \sin \alpha = \sigma \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha \\ \sigma_\alpha &= \sigma \cdot \sin^2 \alpha \quad \text{—————} \quad \textcircled{1} \end{aligned}$$

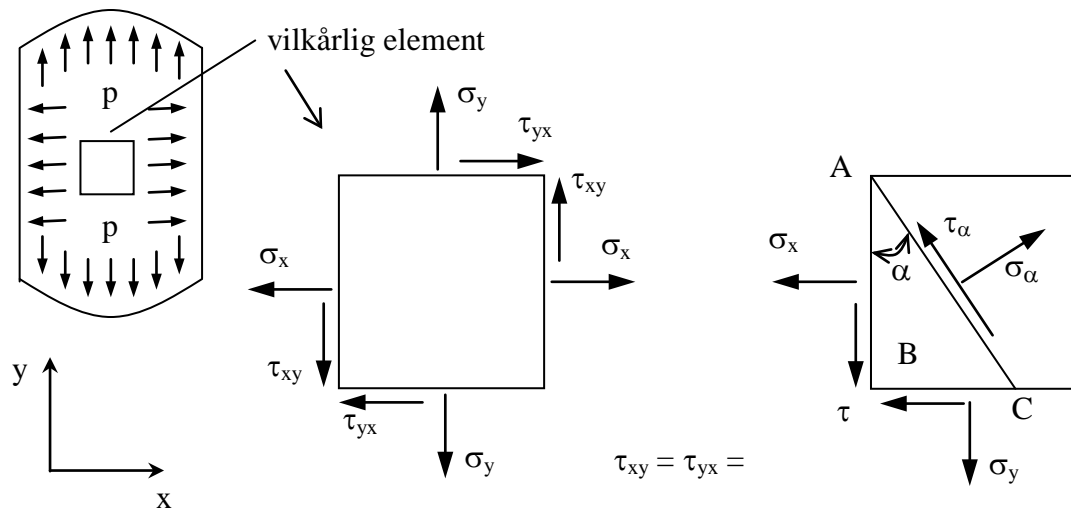
$$\begin{aligned} \text{Fra ligning } \textcircled{1}: \quad \sigma_\alpha &= \sigma \text{ når } \alpha = 90^\circ \\ \sigma_\alpha &= 0 \text{ når } \alpha = 0^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_{\tau_\alpha} &= 0 \\ \tau_\alpha (AC \cdot t) - \sigma (BC \cdot t) \cos \alpha &= 0 \\ \tau_\alpha &= \sigma \frac{BC}{AC} \cdot \cos \alpha = \sigma \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \tau_\alpha &= \frac{1}{2} \sigma \cdot \sin 2\alpha \quad \text{—————} \quad \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Fra ligning } \textcircled{2}: \quad \tau_\alpha &= 1/2 \sigma = \tau_{\text{maks}} \text{ når } \alpha = 45^\circ \\ \tau_\alpha &= 0 \text{ når } \alpha = 0^\circ \end{aligned}$$

4.2 Toakset spenningstilstand

Vi kan benytte en trykkbeholder som eksempel. Trykket i beholderen vil fordele seg likt i alle retninger. Det vil nå virke spenninger på et vilkårlig valgt element i x-og y-retning. Vi legger også her inn et vilkårlig valgt plan AC i en vinkel α med vertikalplanet AB.



Figur 4.2
Toakset spenningstilstand.

Vi setter arealplan $AC = 1 \Rightarrow AB = 1 \cdot \cos \alpha \quad BC = 1 \cdot \sin \alpha$

Summerer så krefter i σ_α og τ_α retning (kraft = spenning x areal):

$$\underline{\Sigma F_{\sigma_\alpha} = 0}$$

$$\sigma_\alpha \cdot 1 - \sigma_x (1 \cdot \cos \alpha) \cos \alpha - \sigma_y (1 \cdot \sin \alpha) \sin \alpha$$

$$- \tau (1 \cdot \cos \alpha) \sin \alpha - \tau (1 \cdot \sin \alpha) \cos \alpha = 0$$

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_y \cdot \sin^2 \alpha + 2\tau \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \left(\frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \right) + \sigma_y \left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \right) + \tau \cdot \sin 2\alpha$$

$$\underline{\sigma_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\alpha + \tau \sin 2\alpha} \quad \text{--- ③}$$

$$\underline{\Sigma F_{\tau_\alpha} = 0}$$

$$\tau_\alpha \cdot 1 + \sigma_x (1 \cdot \cos \alpha) \sin \alpha - \sigma_y (1 \cdot \sin \alpha) \cos \alpha$$

$$- \tau (1 \cdot \cos \alpha) \cos \alpha + \tau (1 \cdot \sin \alpha) \sin \alpha = 0$$

$$\underline{\tau_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\alpha - \tau \cos 2\alpha} \quad \text{--- ④}$$

$$(\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha, \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1)$$

4.3 Hovedplan

Hovedplan er definert som plan hvor $\tau_\alpha = 0$

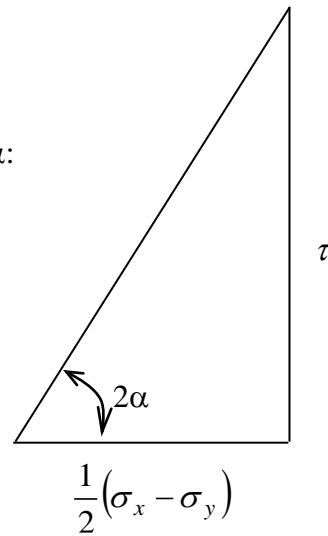
Ligning ④:

Setter $\tau_\alpha = 0$ og ordner ligningen for å få et uttrykk for α :

$$\tau_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\alpha - \tau \cos 2\alpha = 0$$

$$\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{\tau}{\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{\tau}{\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)}$$



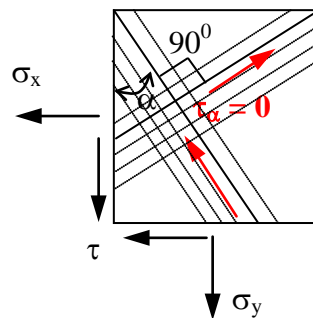
Figur 4.3
 $\tan 2\alpha$.

Ligningen for 2α kan vises som trekanten i figuren til høyre.

Ligningen gir 2 løsninger av 2α : 2α og $2\alpha + 180^\circ$

Dette tilsvarer: $\alpha = \alpha_1$ og $\alpha = \alpha_1 + 90^\circ$

⇒ **hovedplan er 2 plan rettvinklet på hverandre**



Figur 4.4
Hovedplan er plan som står 90° på hverandre og hvor det ikke er skjærspenninger.

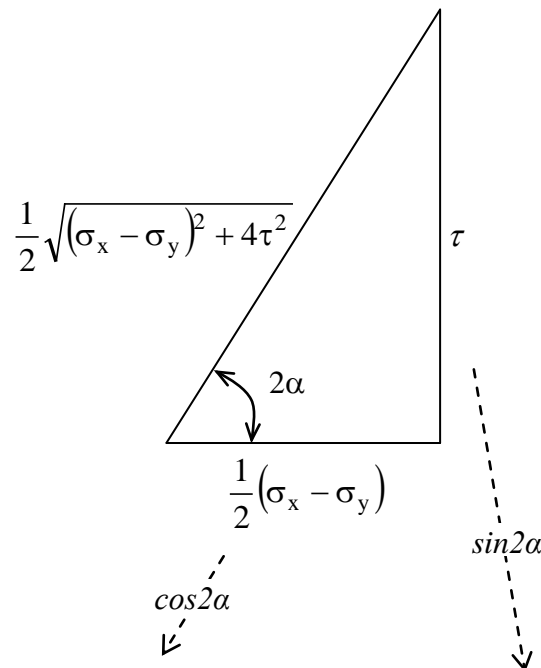
4.4 Hovedspenninger

Hovedspenninger er normalspenninger (strekk eller trykk) som opptrer på hovedplanene.

Ligning ③:

$$\sigma_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\alpha + \tau \cdot \sin 2\alpha$$

Figur 4.5
sin2α og cos2α.



$$\sigma_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cdot \left[\pm \frac{\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)}{\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}} \right] + \tau \cdot \left[\pm \frac{\tau}{\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}} \right]$$

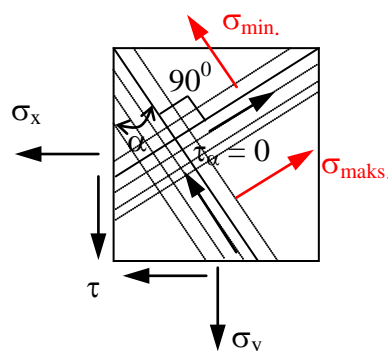
$$\sigma_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} \quad \text{-----} \quad \text{⑤}$$

= maksimum og minimum verdiene av normalspenningen

$$\Rightarrow \underline{\sigma_{\text{maks.}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}} \quad \text{-----} \quad \text{⑥}$$

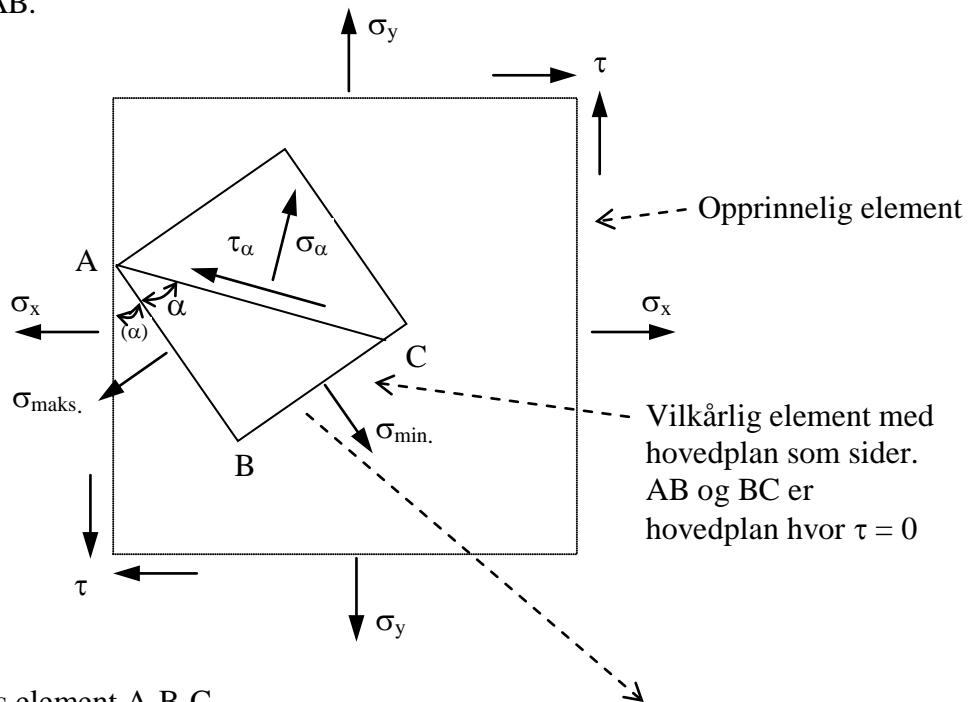
$$\Rightarrow \underline{\sigma_{\text{min.}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}} \quad \text{-----} \quad \text{⑦}$$

Figur 4.6
Hovedspenninger er normalspenningene som opptrer på hovedplanene.



4.5 Maksimum skjærspenning

Vi skal nå finne et uttrykk for største skjærspenning τ_{maks} . Vi tegner inn et vilkårlig element som har sider tilsvarende hovedplanene og tegner inn et vilkårlig plan i vinkel α fra sidekanten AB.



Vi tar for oss element A-B-C.

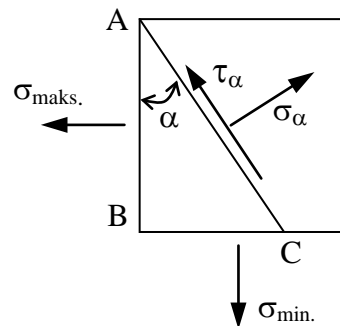
Vi setter arealplan AC = 1
 $\Rightarrow AB = 1 \cdot \cos \alpha$ og $BC = 1 \cdot \sin \alpha$

Summerer så krefter i τ_α retning
 (kraft = spenning x areal):

$$\Sigma F_{\tau_\alpha} = 0$$

$$\tau_\alpha + \sigma_{maks} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha - \sigma_{min} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\tau_\alpha = \frac{1}{2} (\sigma_{maks} - \sigma_{min}) \sin 2\alpha$$



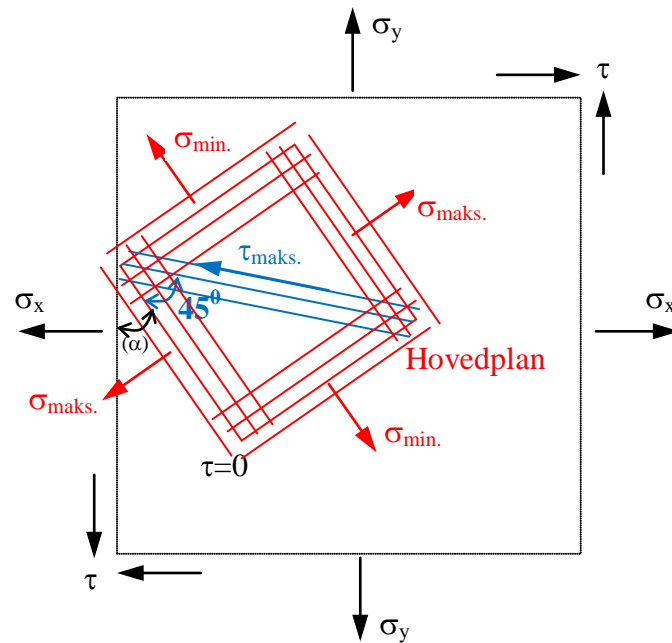
Figur 4.7
 Element med hovedspenningene som sider.

$\tau_\alpha = \tau_{maks}$ når $2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$ dvs. på plan 45° i forhold til hovedplanene.

$$\tau_{maks} = \frac{1}{2} (\sigma_{maks} - \sigma_{min})$$

$$\tau_{maks} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} \quad \text{---} \quad \text{⑧ (fra ⑥ og ⑦)}$$

Figuren under viser elementet med retningen til noen hovedplan og hovedspenningene, $\sigma_{\min.}$ og $\sigma_{\max.}$, samt plan med maksimal skjærspenning $\tau_{\max.}$.



Figur 4.8

Element med inntegnet element som viser hovedplan og hovedspenninger $\sigma_{\min.}$ og $\sigma_{\max.}$. Elementet viser også at $\tau_{\max.}$ har en retning på 45° i forhold til disse.

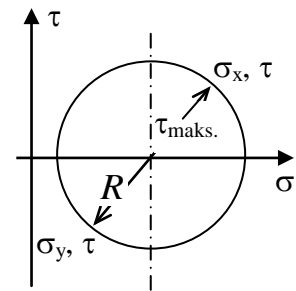
4.6 Mohr's spennings sirkel

Dette er en grafisk løsning av ligningene ⑥, ⑦ og ⑧.
 Ligning ⑧ for maksimal skjærspenning tilsvare radius i en sirkel.

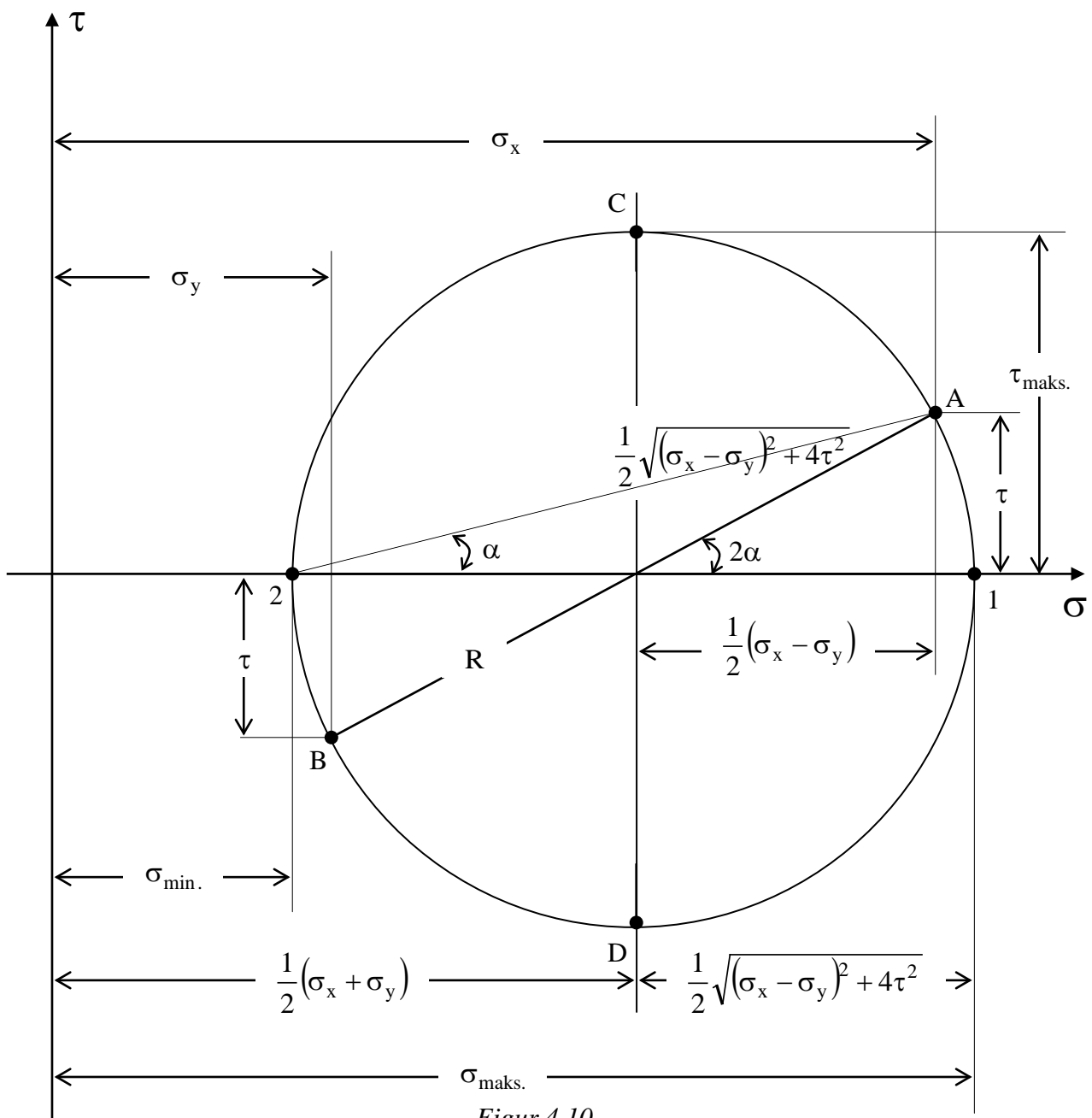
$$\textcircled{8} \quad \tau_{\text{maks.}} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} = R$$

$$\textcircled{6} \quad \sigma_{\text{maks.}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + R$$

$$\textcircled{7} \quad \sigma_{\text{min.}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - R$$



Figur 4.9
 $\tau_{\text{maks.}} = R$



Figur 4.10
 Mohr's spennings sirkel.

METODE for løsning, hvordan tegne Mohr's spennings sirkel:

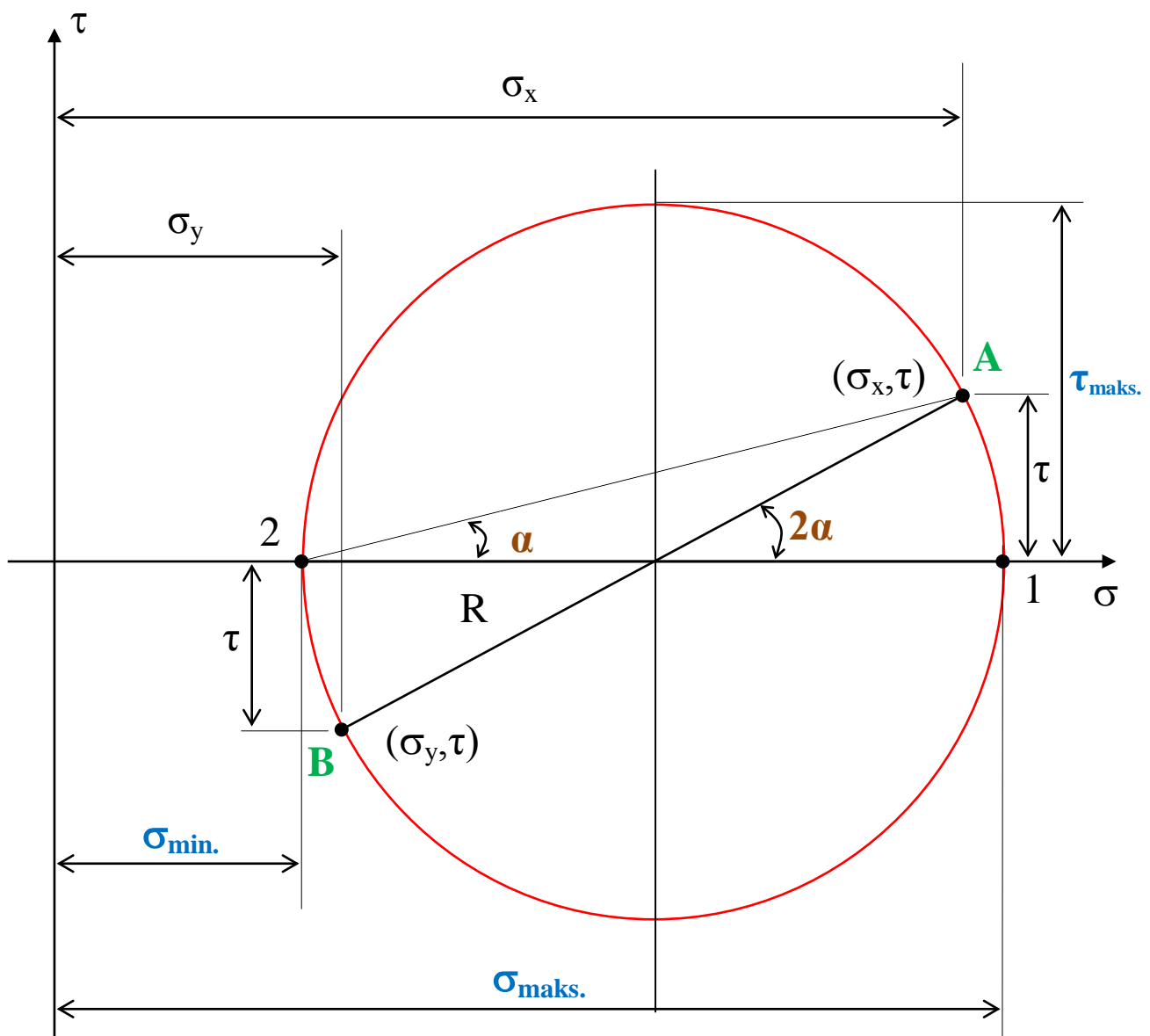
→ Tegn først aksekors med σ på x-aksen og τ på y-aksen

→ 1) Hvis σ_x , σ_y og τ er kjent (vanligvis):

- Avsett punkt A (σ_x, τ) og B (σ_y, τ)
- Slå en sirkel med AB som diameter
- Les av $\sigma_{maks.}$ (pkt. 1) og $\sigma_{min.}$ (pkt. 2) og $\tau_{maks.}$
Mål vinkel 2α eller α

→ 2) Hvis $\sigma_{maks.}$ og $\sigma_{min.}$ er kjent:

- Avsett $\sigma_{maks.}$ og $\sigma_{min.}$ (pkt. 1 og 2)
- Slå en sirkel gjennom pkt. 1 og 2
- Beregn 2α . Tegn AB

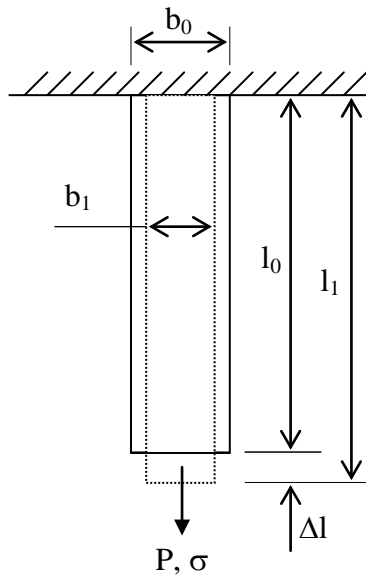


Figur 4.11
Hvordan tegne Mohr's spennings sirkel.

5 TVERRKONTRAKSJON VED STREKK OG TRYKK

5.1 Flat stav

Vi tenker oss en strekkstav som utsettes for en last P eller spenning σ i vertikalplanet.



Vi definerer:

Enhetsforlengelse $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0}$

Tverrkontraksjon $\frac{\Delta b}{b_0} = \frac{b_1 - b_0}{b_0}$

For elastisk deformasjon gjelder at: $\frac{\frac{\Delta b}{b_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}} = \text{konst.} = \mu$

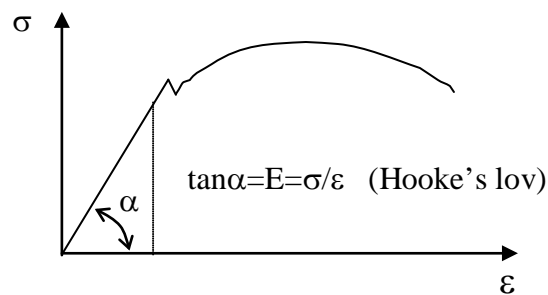
hvor: μ = Poissons tall

Figur 5.1

Flat stav utsatt for vertikal last.

$$\Rightarrow \text{Tverrkontraksjon} \quad \frac{\Delta b}{b_0} = \mu \cdot \varepsilon = \mu \frac{\sigma}{E}$$

For elastiske materialer gjelder Hooke's lov hvor $\varepsilon = \sigma/E$.



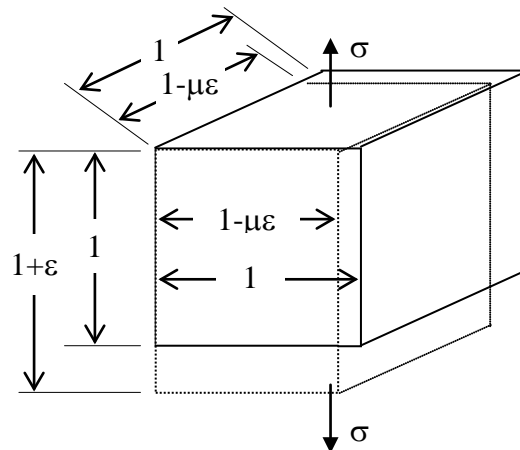
Figur 5.2

Spenning - forlengelse diagram for sirkulær prøvestav i bløtt stål.

5.2 Kube med sider = 1

Vi skal nå se på en kube med like sider lik 1 som blir utsatt for en vertikal strekkbelastning σ . Kuben vil få forlengelse i vertikalretning og kontraksjon i sideretningene.

Vi definerer enhetsvolumøkning = $\frac{\Delta V}{V_0}$



Figur 5.3

Kube med sider 1 utsatt for vertikal strekkbelastning.

Enhetsvolumøkningen:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta V}{V_0} &= \frac{V_1 - V_0}{V_0} \\ \frac{\Delta V}{V_0} &= \frac{(1 + \epsilon)(1 - \mu\epsilon)(1 - \mu\epsilon) - 1 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 1} \\ \frac{\Delta V}{V_0} &\approx \epsilon(1 - 2\mu) = \frac{\sigma}{E}(1 - 2\mu)\end{aligned}$$

Poissons tall = μ for noen materialer:

$$\mu = 0,5 \quad \text{for gummi} \quad \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_0} = 0$$

$\mu = 1/8 - 1/12$ for betong

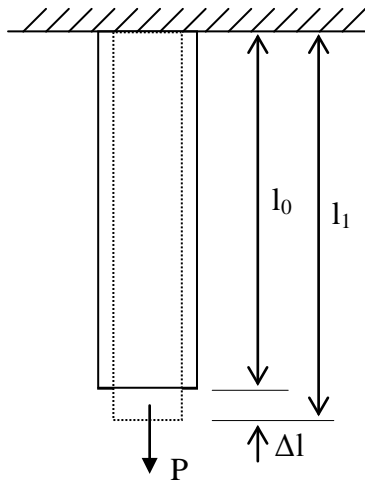
$$\mu \approx 0 \quad \text{for kork} \quad \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_0} \approx \epsilon$$

$\mu = 0,3$ for konstruksjonsstål

$\mu = 0,2$ for støpejern

6 FORMENDRINGSARBEID

En strekkstav utsettes for en last P som gradvis øker fra 0 - P



Arbeid $W = \text{Kraft} \times \text{vei}$

$$W = \frac{P}{2} \cdot \Delta l = \frac{P}{2} \cdot \varepsilon \cdot l = \frac{P}{2} \cdot \frac{\sigma}{E} \cdot l = \frac{\sigma \cdot A}{2} \cdot \frac{\sigma}{E} \cdot l$$

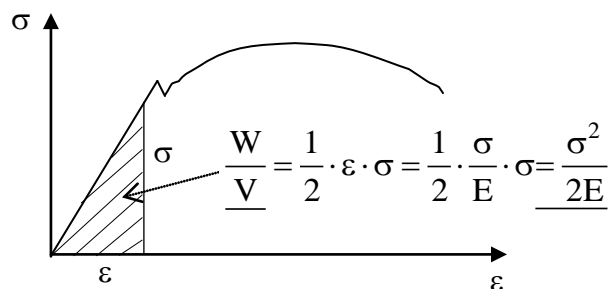
$$W = \frac{\sigma^2}{2E} \cdot V$$

\Rightarrow Formendringsarbeidet pr. volumenhet, W/V

$$\frac{W}{V} = \frac{\sigma^2}{2E}$$

Figur 6.1
Formendringsarbeid.

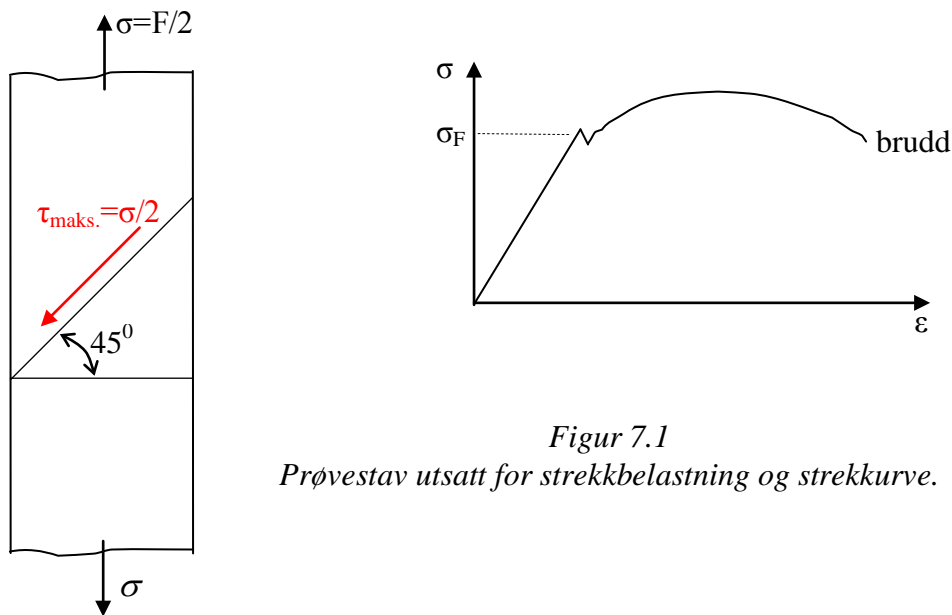
Formendringsarbeidet pr. volumenhet W/V tilsvarer arealet under spenning – forlengelses kurven.



Figur 6.2
Spenning - forlengelse diagram for sirkulær prøvestav i bløtt stål.

7 BRUDDHYPOTESER

En strekkprøvestav med enakset spenningstilstand gir et oversiktlig spenningsbilde.

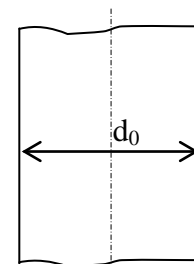


Figur 7.1

Prøvestav utsatt for strekkbelastning og strekkurve.

Ved belastning til brudd vil:

Sprø materialer som støpejern, glass, stein, betong vil få et slitebrudd som er grovkornet. Det blir ingen tverrkontraksjon.

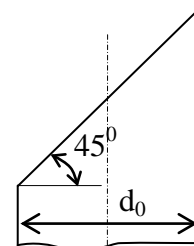


Figur 7.2

Sprø materialer.

Fullstendig seige materialer (teoretiske)

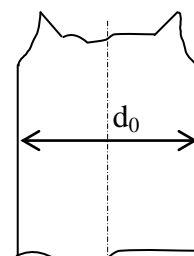
Disse vil få glidebrudd i et plan hvor $\tau = \tau_{\text{maks}}$ ($\alpha=45^\circ$)



Figur 7.3

Fullstendig seige materialer

Seige materialer (som er det vi vanligvis benytter) som vanlige stål og aluminiumlegeringer vil få kombinert brudd. Bruddet vil inneha litt fra hver av de to bruddene over, bli finkornet og få tverrkontraksjon.



Figur 7.4

Seige materialer.

En konstruksjonsdel er vanligvis påkjent av spenninger som opptrer samtidig i flere retninger (strekk, trykk, vridning, bøyning, skjær)

En flerakset spenningstilstand gir et uoversiktlig spenningsbilde hvor det er vanskelig å bestemme hvilke spenninger som fører til flyting eller brudd.

Vi forenkler og innfører **JEVNFØRENDE SPENNING, σ_j**

Spenningstilstanden omgjøres til en tenkt enakset normalspenning som påkjenner materialet like sterkt.

σ_j kan sammenlignes med materialets flytegrense σ_F og bruddgrense σ_B

Det finnes flere forskjellige spenningshypoteser for å angi jevnførende spenning:

- HOVEDSPENNINGSHYPOTEESEN

Vi tenker oss at materialet ødelegges når maksimal hovedspenning når σ_F eller σ_B .

$$\sigma_{\text{maks.}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} \quad \text{---} \quad \textcircled{6}$$

Denne passer bra for sprø materialer, for eksempel støpejern

- SKJÆRSPENNINGSHYPOTEESEN

$$\tau_{\text{maks.}} = \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} \quad \text{---} \quad \textcircled{7}$$

Denne passer forholdsvis bra for seige materialer, f.eks. konstruksjonstål

- DEVIASJONSHYPOTEESEN (formendringshypotesen)

Denne sier at formendringsarbeidet p.g.a. skjærspenningene (deviasjonsarbeidet) må holdes under det arbeidet som tilføres en strekkprøvestav ved flyting eller brudd og er definert som:

$$\sigma_j = \sqrt{\sigma_{\text{maks.}}^2 + \sigma_{\text{min.}}^2 - \sigma_{\text{maks.}} \cdot \sigma_{\text{min.}}}$$

$$\sigma_{\text{maks.}} \text{ og } \sigma_{\text{min.}} \text{ fra } \textcircled{6} \text{ og } \textcircled{7} \quad \sigma_{\text{maks.}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} \quad \sigma_{\text{min.}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}$$

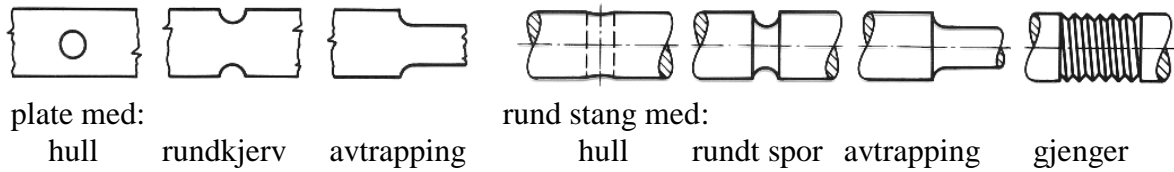
Innsatt for $\sigma_{\text{maks.}}$ og $\sigma_{\text{min.}}$ gir:

$$\sigma_j = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3\tau^2} \quad \text{---} \quad \textcircled{9}$$

Denne er mye brukt, for eksempel for stål og aluminiumlegeringer.

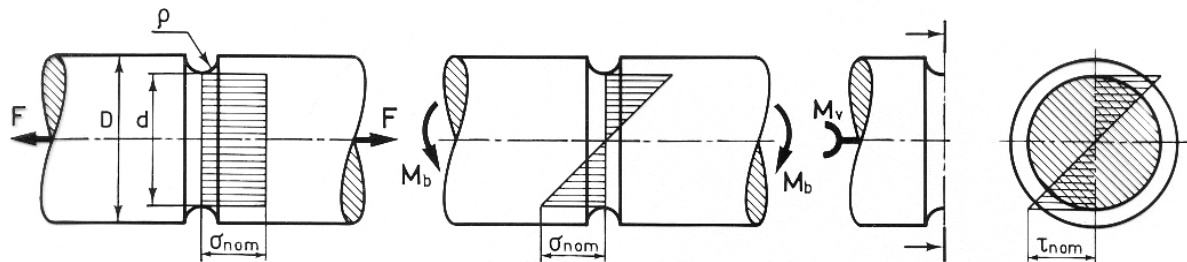
8 KJERVVIRKNING

I konstruksjonsdetaljer kan det forekomme flere typer spor, kjerver. Noen eksempler:



Figur 8.1
Eksempler på Kjerver.

Vi bruker en rund stang som eksempel og ser først på nominell (teoretiske) spenning ved strekk, bøyning og vridning:



Nominell (teoretisk) spenning i bunn av kjerven:

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2}$$

hvor: F = strekkraft
A = areal

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{M_b}{W_x} = \frac{32M_b}{\pi d^3}$$

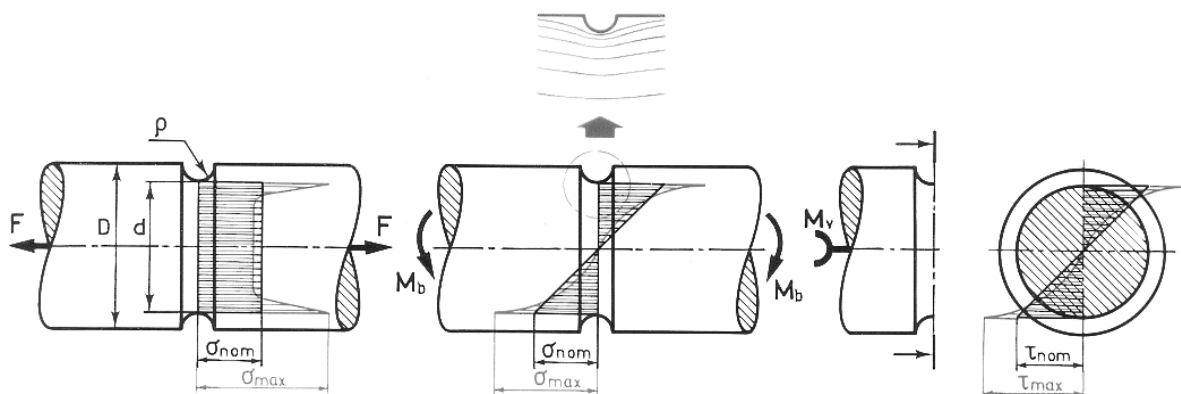
M_b = bøyemoment
 W_x = motstandsmoment om x (horizontal) – aksen

$$\tau_{\text{nom}} = \frac{M_v}{W_p} = \frac{16M_v}{\pi d^3}$$

M_v = vrilmoment
 W_p = polart motstandsmoment (om origo)

Figur 8.2
Nominelle spenninger.

Den virkelige spenningsfordelingen i kjerven er vist i figuren under. Det er også angitt nominell- og maksimal spenning. Vi kan tenke oss at kraften i gjennom materialet fordeler seg som kraftlinjer og følger baner som om det var væskepartikler som strømmer gjennom et rør. Dette er illustrert i den øverste figuren under. Kraftlinjene representerer like stor kraft. Der hvor kraftlinjene ligger tett blir det mindre areal som skal ta opp kraften og spenningen (kraft/areal) blir dermed større.



Figur 8.3
Maksimale spenninger.

Maksimal normalspenning i snittet: $\underline{\sigma_{maks.} = \alpha \cdot \sigma_n}$

Maksimal skjærspenning i snittet: $\underline{\tau_{maks.} = \alpha \cdot \tau_n}$

hvor: σ_n og τ_n = nominell spenning
 α = formfaktor

Formfaktor α tar bare hensyn til formen. Den er teoretisk og forutsetter at materialet er fullkomment elastisk. Antar at Hooke's lov gjelder fullt ut.

Formfaktor bestemmes:

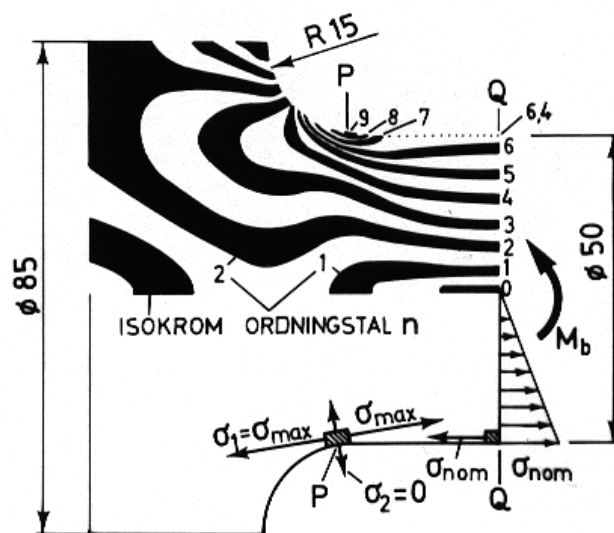
- A) Teoretisk - f.eks. elementanalyser (Finite Elements, FEM)
- B) Eksperimentelt - tøyningmålinger
 - fotoelastiske målinger

Eksempel. Fotoelastisk måling i bøyebelastet aksel med avtrapping.

En spenningsoptisk modell er laget i et spesielt plastmateriale som blir belyst med polarisert lys.

Kraftlinjene fremkommer som fargede isokromlinjer (her vist i svart/hvitt) i materialet.

De forskjellige farger og tettheten av linjene forteller om spenningenes størrelse.



Figur 8.4

Spenningsoptisk (linjene har farger i virkeligheten).

Langs en isokromlinje: $\sigma_1 - \sigma_2 = \text{konstant} \cdot n$

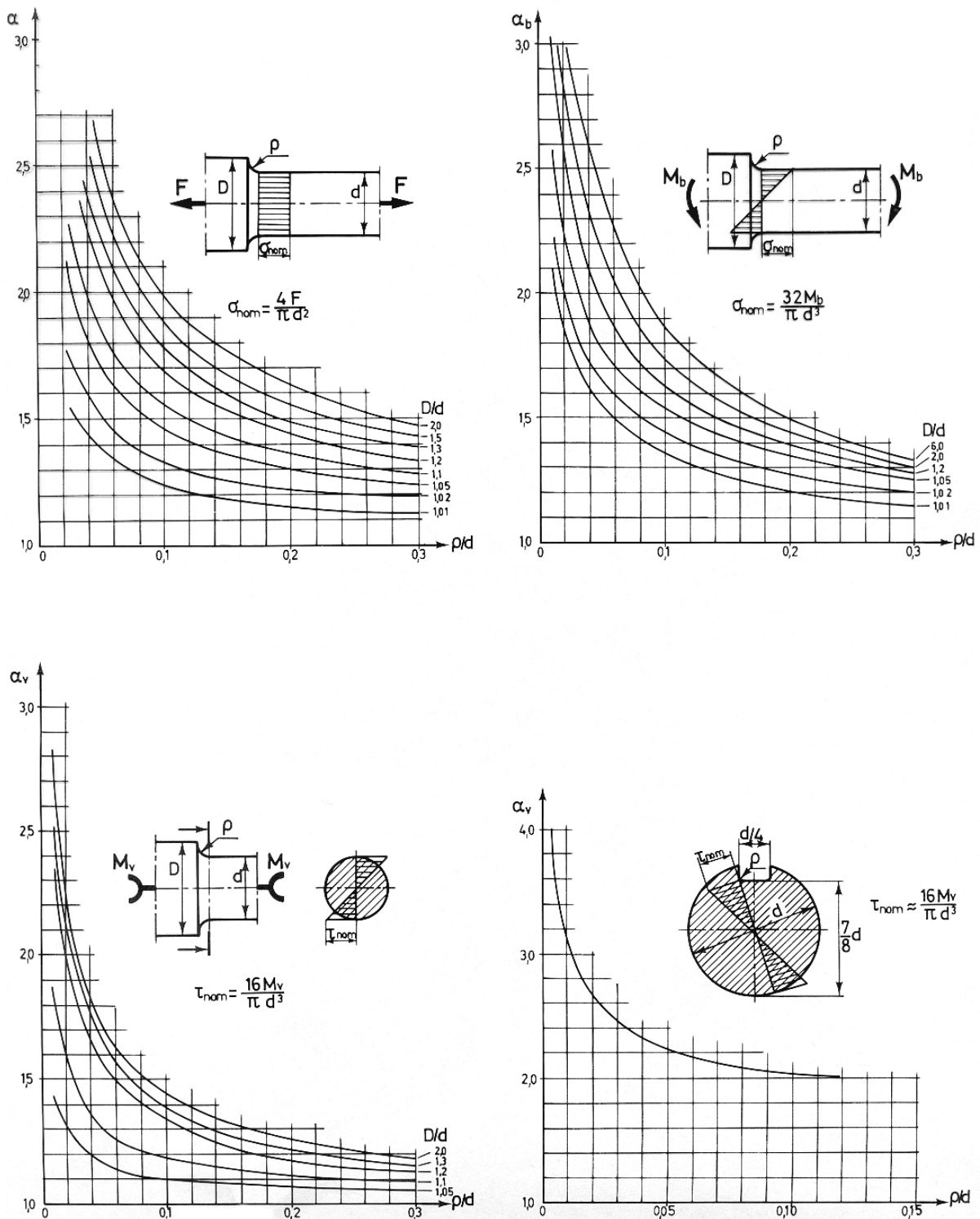
hvor: n = isokromlinjens ordningstall

Ved kanten (P og Q) gjelder: $\sigma_2 = 0$

\Rightarrow Hovedspenningen σ_1 er proporsjonal med n

i punkt Q : $\sigma_n \approx \text{konstant} \cdot 6,4$ (fra fig.)
 i punkt P : $\sigma_n \approx \text{konstant} \cdot 9$ } $\alpha \approx \frac{9}{6,4} \approx 1,4$

Eksempler på formfaktor α ved ulike belastninger av aksling med avtrapping:



Figur 8.5
Eksempler på formfaktorer.

Formfaktoren bestemmes ved å regne ut forholdet store diameter / lille diameter = D/d og forholdet kjervradius / lille diameter = ρ/d . Formfaktor α avleses på vertikalkselen.

Formfaktor α tar bare hensyn til den ytre formen og benyttes ved beregning av statisk belastede konstruksjoner.

Ved beregning av utmattingspåkjennte konstruksjoner, hvor belastningen varierer med tiden, innfører vi en kjervfaktor β som også tar hensyn til materialet med evt. innvendige kjerper.

Maksimal spenning:

$$\sigma_{\text{maks.}} = \beta \cdot \sigma_n$$

hvor: β = kjervfaktor

σ_n = nominell spenning

Kjervfaktor:

$$\beta = 1 + \eta (\alpha - 1)$$

hvor: η = kjervfølsomhetsfaktor. Denne er materialavhengig.

Bestemmelse av kjervfølsomhetsfaktor η :

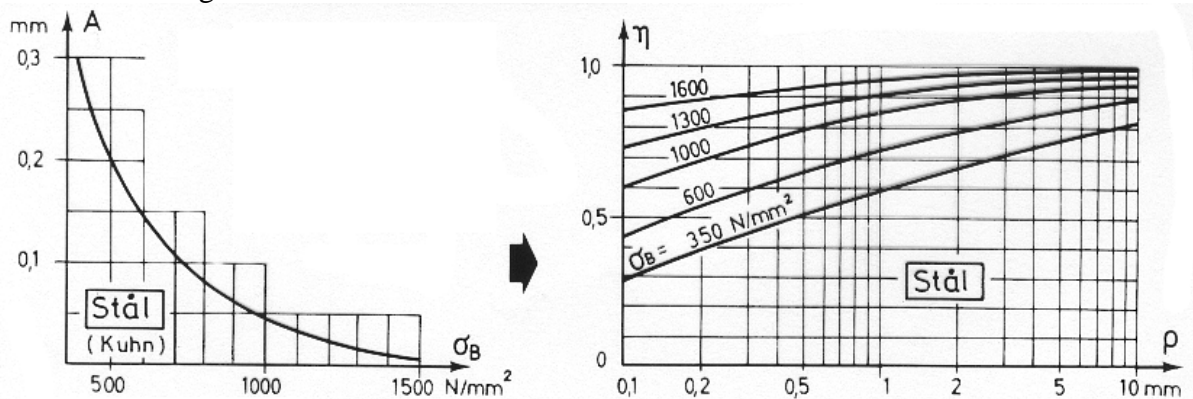
- Etter ligningen:

$$\eta = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{A}{\rho}}} \quad (\text{Neuber, Kuhn})$$

hvor: A = materialkonstant, elementradius, som bestemmes av materialets bruddfasthet, σ_B . (Se figuren under)

ρ = kjervradius

- Eller etter diagrammet:



Figur 8.6
Kjervfølsomhetsfaktor, η .

- Eller etter tabell:

Materiale	η	Anmerkning
seige materialer	≈ 0	lokal flyting i materialet
grått støpejern	≈ 0	inneholder grafittflak som gir indre kjerper – ytre kjerper gir liten virkning
herdet og anløpt stål	$\approx 0,15$	
herdet stål uten anløping	$\approx 0,25$	
fjærstål, herdet	$\approx 1,0$	

Tabell 8.1
Kjervfølsomhetsfaktorer η .

9 MATERIALENES FASTHETSEGENSKAPER

9.1 Statisk belastning

De fleste materialprøver er utført som statiske prøver:

- med langsomt økende last
- ved konstant temperatur (20°C)
- i et normalt inne miljø
- over et kort tidsintervall

I en virkelig konstruksjonsdel arbeider materialene vanligvis under helt andre forhold:

- med varierende belastning
- ved lave og / eller høye temperaturer
- i et fuktig / kystmiljø
- etc.

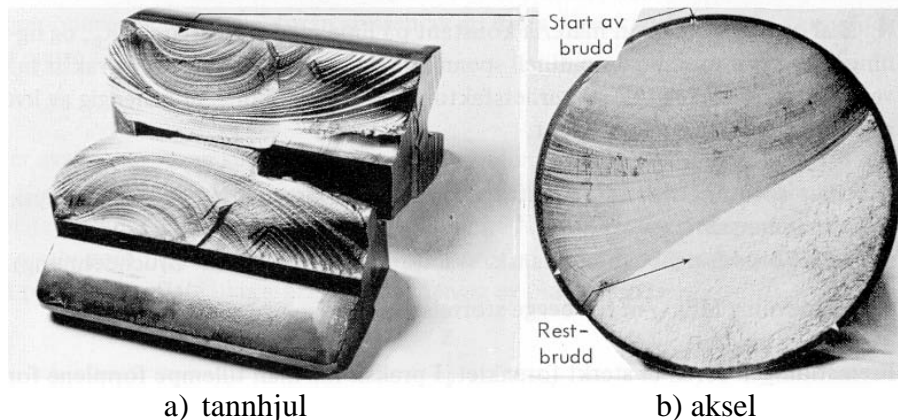
Tabellen under viser noen materialegenskaper for noen materialer ved statisk belastning.

Material-type	Flyte-grense (N/mm ²)	Strekfasthet (N/mm ²)	Forlengelse (%)	E-modul (N/mm ²)	Hardhet (HB)	Kommentarer
S235	235	363-441	18-25	206000	100-210	Varmvalset konstruksjonsstål, sveisbart
S275	275	412-490	16-22	206000	100-210	
S355	355	510-608	16-22	206000	100-210	
NiMo4	460	690-830	15	-	210-225	Seigherdingsstål, seigherdet
Cr-Ni-stål	190	490-690	45	200000	200	Rustfritt stål, rør, plater
SjG 40	-	400	0,4-0,9	127000	180	Grått støpejern, maskin- og motorgods

*Tabell 9.1
Mekaniske egenskaper.*

9.2 Dynamisk belastning

En konstruksjonsdel utsatt for varierende belastning, utsettes for varierende spenninger. Varierende spenninger over lang tid kan gi utmattingsbrudd ved lavere spenninger enn ved samme tilfelle i statisk belastning.

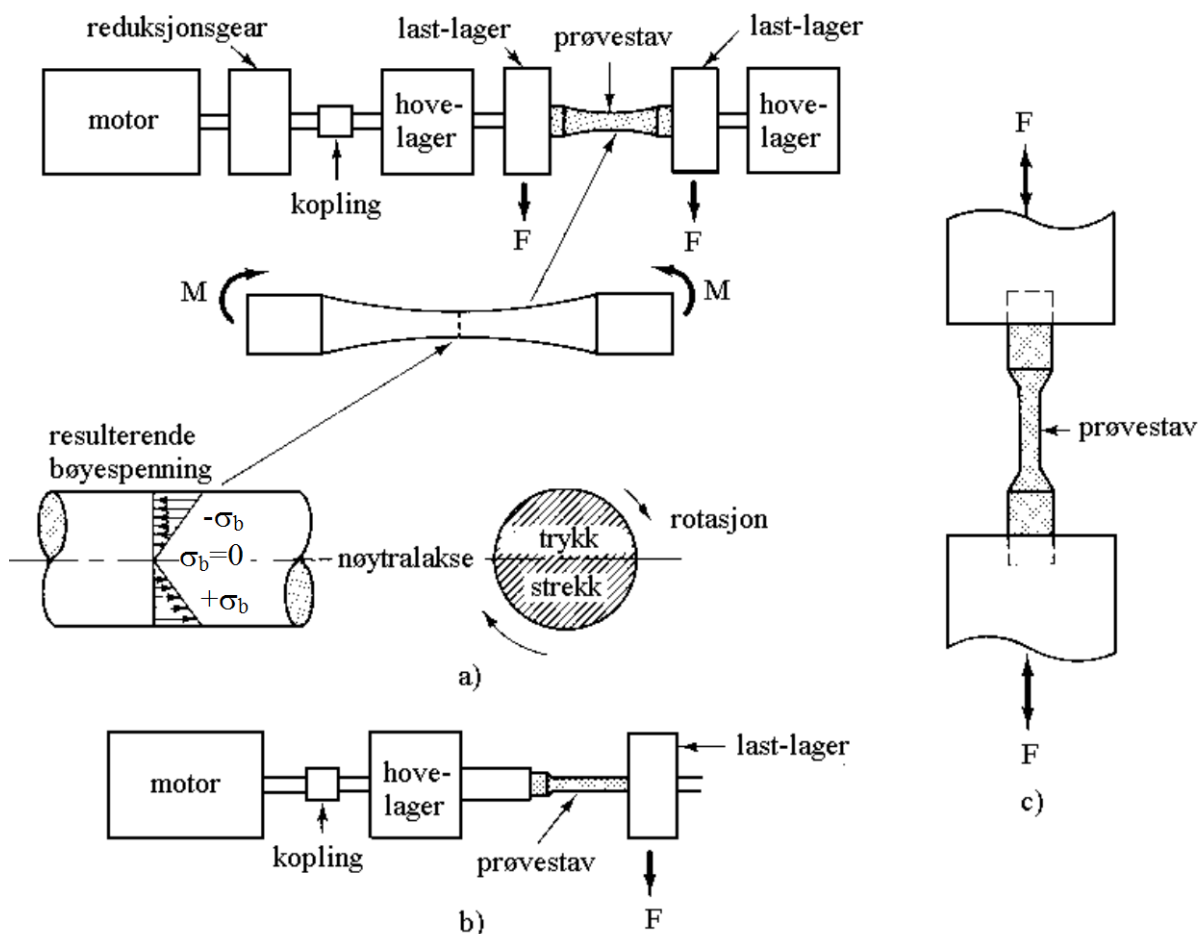


Figur 9.1
Typiske utmattingsbrudd.

Utmattingsfastheten er lavere enn den statiske fastheten målt ved vanlig materialprøving.

Utmattingsbruddet (se akselbrudd i figur) brer seg i konsentriske sirkler over tid, og er derfor utsatt for korrosjon. Restbruddet er plastisk uten korrosjonsangrep.

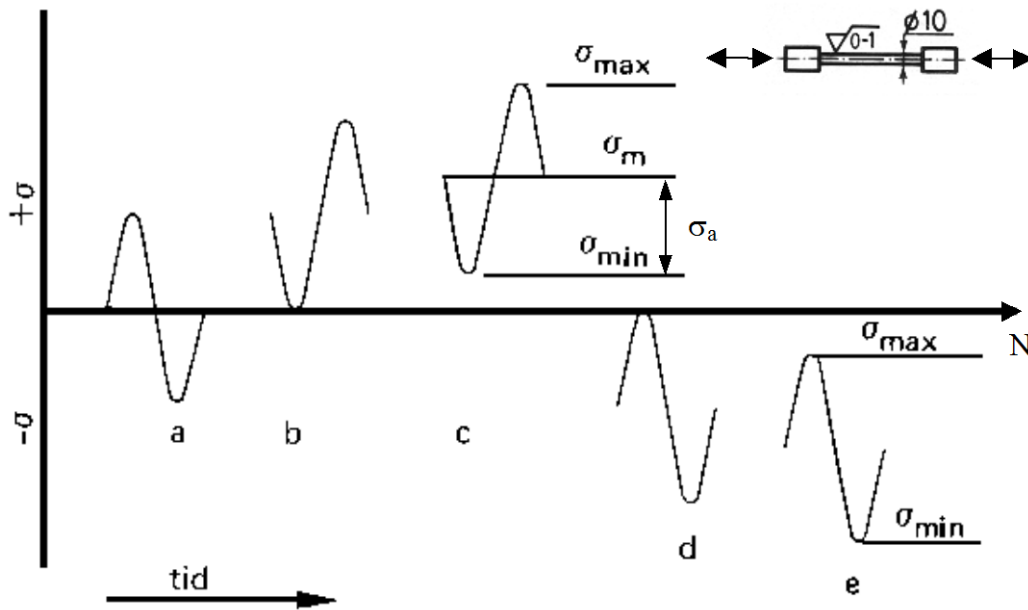
Figuren under viser typiske måter å utføre **utmattings testing**:



Figur 9.2

Utmattings testing. a) roterende bøyning som viser spenningsvariasjonen over prøvestavens tverrsnitt b) roterende bøyning i sylindrisk prøvestav c) varierende aksiell strekk eller trykk.

Figuren under viser **spenningsvariasjoner** ved utmattingsprøving, for eksempel prøvestav utsatt for varierende strekk / trykk:



- a = symmetrisk vekslende, $\sigma_{maks} = \sigma_{min}$
- b = utsvingende strekk, $\sigma_{min} = 0, \sigma_m = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{maks}$
- c = pulserende strekk
- d = utsvingende trykk, $\sigma_{maks} = 0, \sigma_m = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{min}$
- e = pulserende trykk

Figur 9.3
Spenningsvariasjoner.

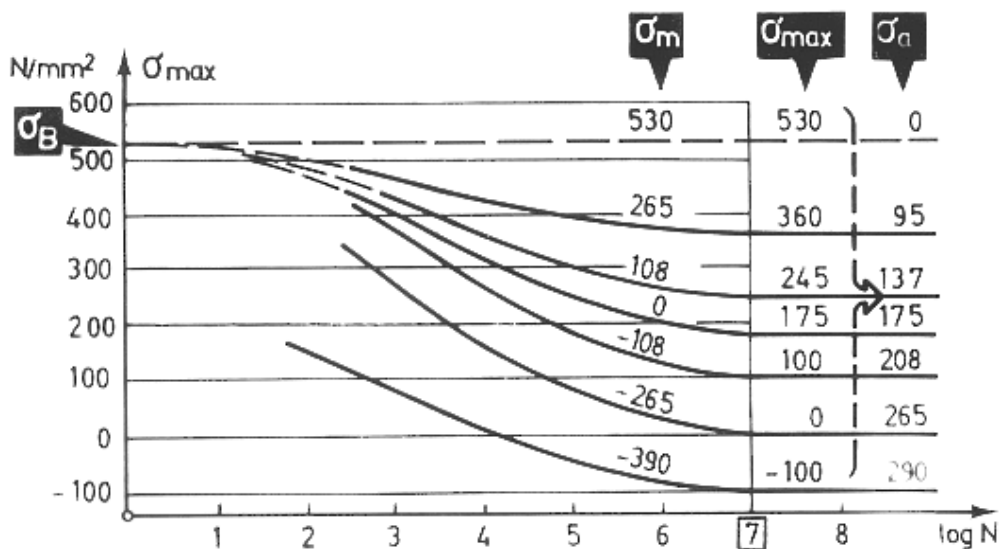
9.2.1 Utmattingsdiagram

Eksempel for Al-legering 2024 T36

Legering: Al + 4,5% Cu, 1,5% Mg og 0,6% Mn Tilstand: Varmutherdet og hardbearbeidet

Fasthetsverdier: $\sigma_b = 530\text{N/mm}^2$ og $\sigma_{0,2} = 385\text{N/mm}^2$

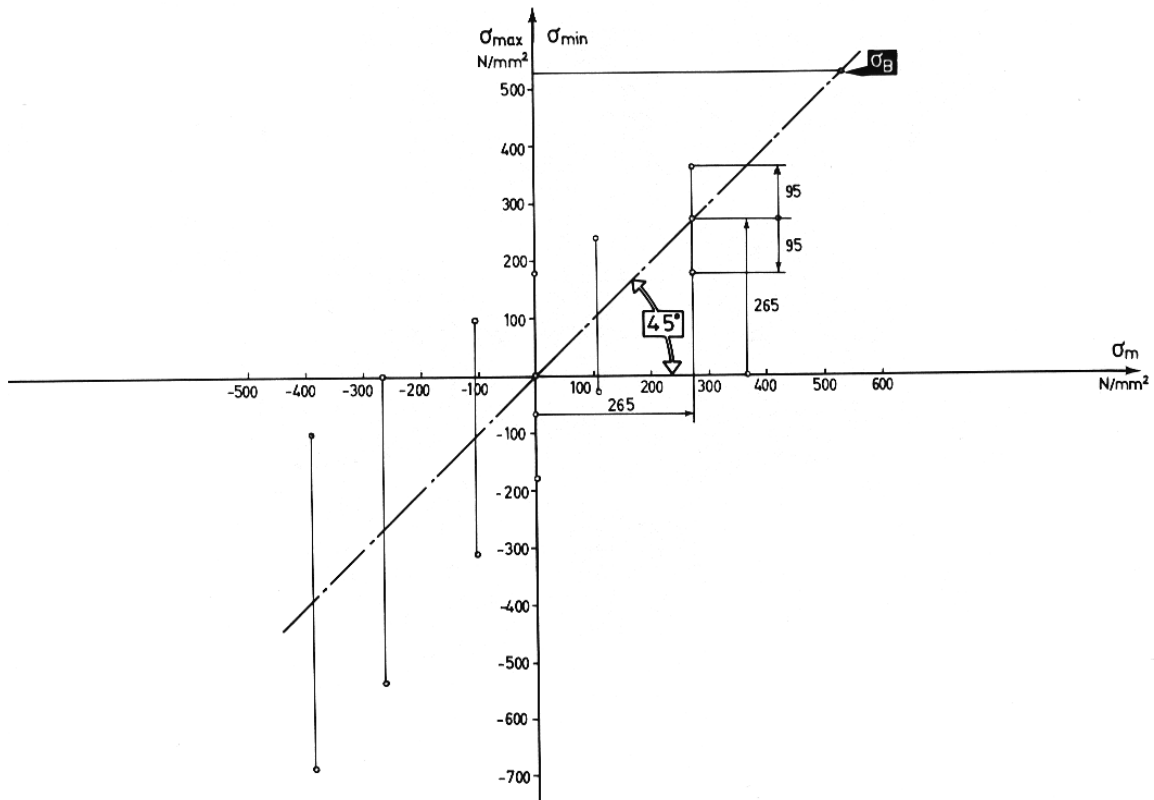
Testresultater overført til utmattingsdiagram, **Wöhler diagram**:



Figur 9.4
Wöhler- / utmattingsdiagrammer.

Kurvene flater ut ved 10^7 lastveksler som tilsvarer utmattingsgrensen ved de forskjellige σ_m .

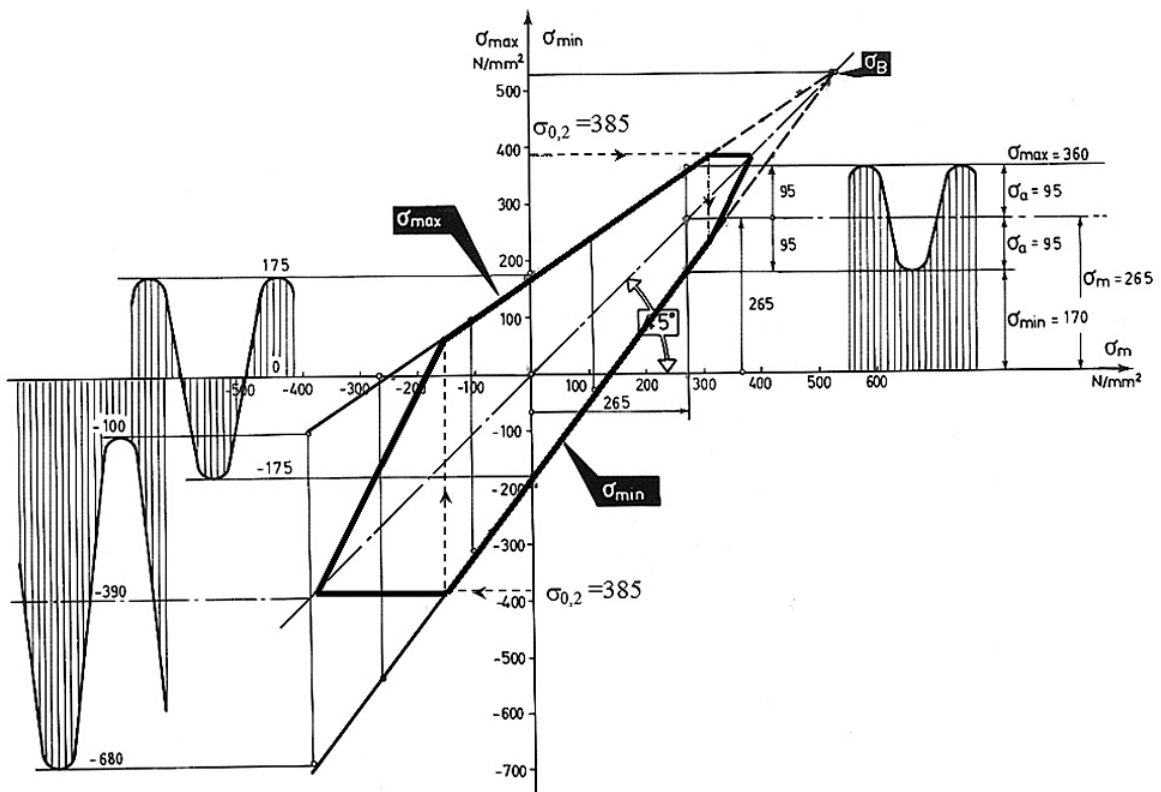
Verdiene ved $N=10^7$ lastveksler overføres fra Wöhler diagrammet til **Smith diagram**:



Figur 9.5

Konstruksjon av et Smith diagram.

Tegn aksekors med σ_m og $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ akse og tegn strek-punkt linje i 45° igjennom origo. Avsett på denne linjen σ_m og avsett så σ_{max} og σ_{min} .



Figur 9.6

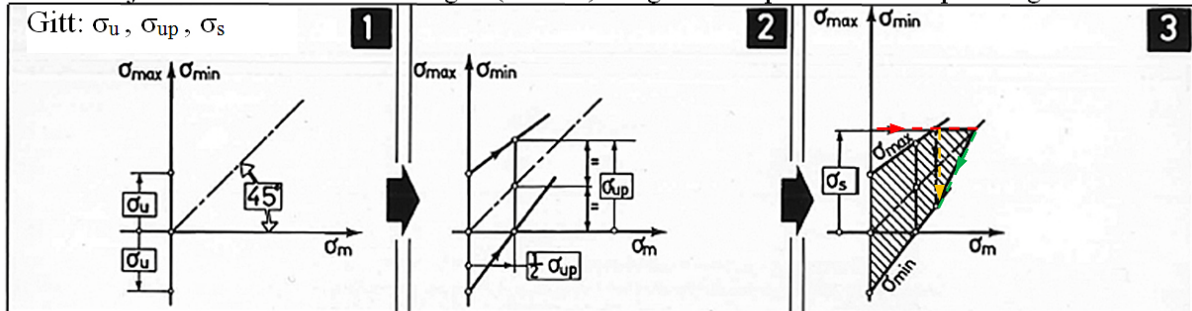
Smith diagram med inntegnet linje igjennom σ_{max} og σ_{min} som er ferdig avsluttet ved materialets flytegrense, $\sigma_{0,2}$.

Forenklet utmattings- (Smith-) diagram

For de ulike belastningstilfellene, strekk/trykk, bøyning og vridning må vi for gjeldende materiale ha oppgitt følgende:

- utmattingsgrense ved symmetrisk vekslende belastning, σ_u
- utmattingsgrense ved utsvingende strekk, σ_{up}
- flytegrense, $\sigma_s (= \sigma_F)$

Konstruksjon av forenklet utmattings- (Smith-) diagram for positive midtspenninger:

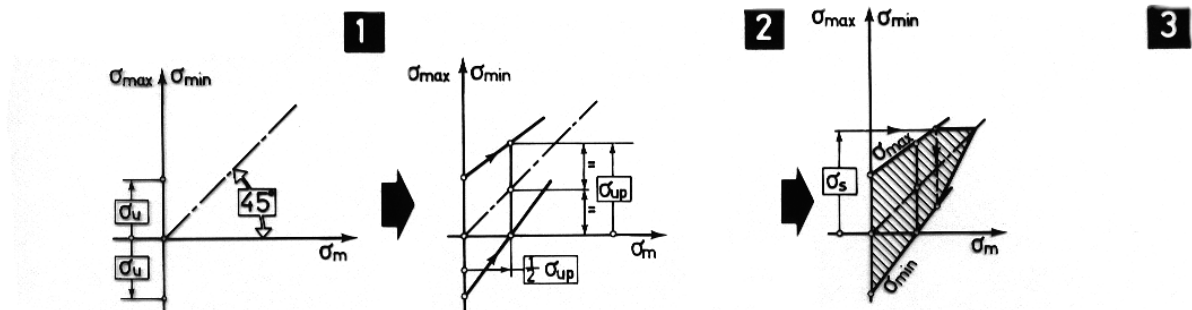


Avsett σ_u = utmattingsgrense ved symmetrisk vekslende spenning

Avsett σ_{up} = utmattingsgrense ved utsvingende strekkspenning

Avslutt ved flytegrense $\sigma_s (= \sigma_F = \sigma_{0,2})$ bort til 45° linje - -
 Trekk vertikal hjelpelinje - -
 Avslutt videre fra 45° linje til skjæringspunkt hjelpelinje og σ_{min} linje - -

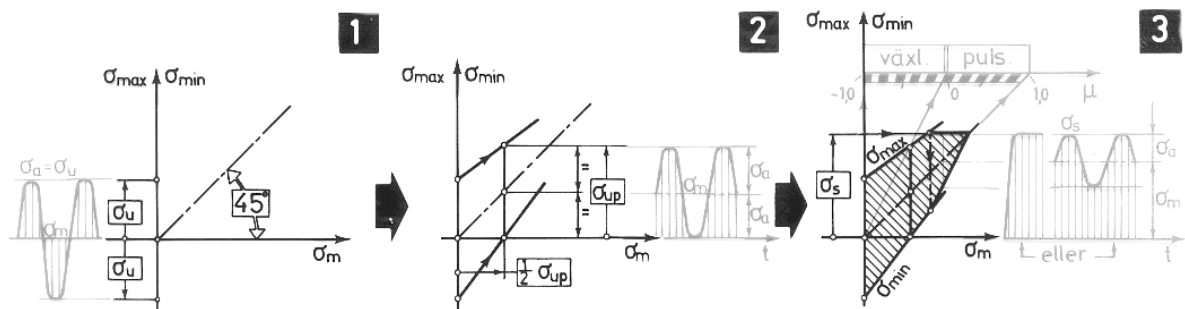
Forholdet $\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{maks}} = \mu$



σ_u
 $\sigma_m = 0, \sigma_a = \sigma_u, \mu = -1$

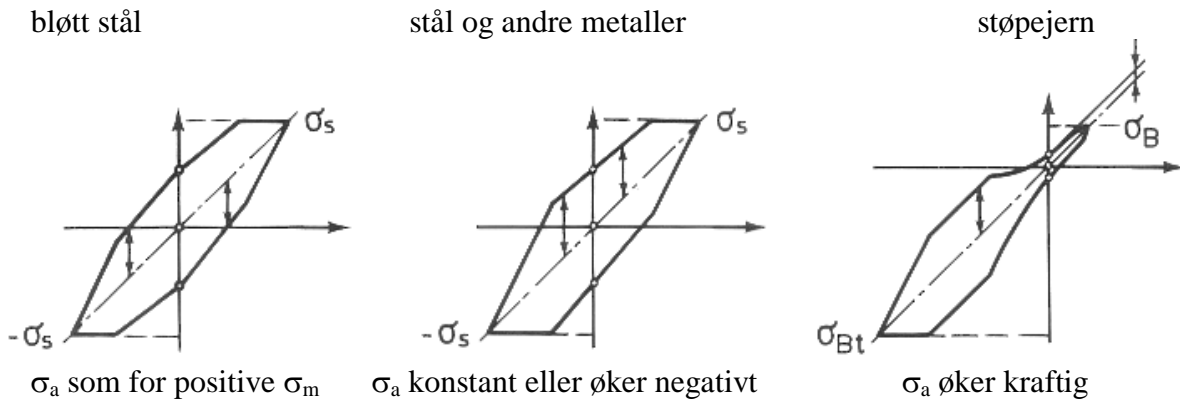
σ_{up}
 $\sigma_{min} = 0, \sigma_m = \sigma_a = 1/2\sigma_{up}, \mu = 0$

$\sigma_s (= \sigma_F)$
 $\sigma_{maks} = \sigma_s (= \sigma_F)$



Figur 9.7 Forenklet utmattingsdiagram.

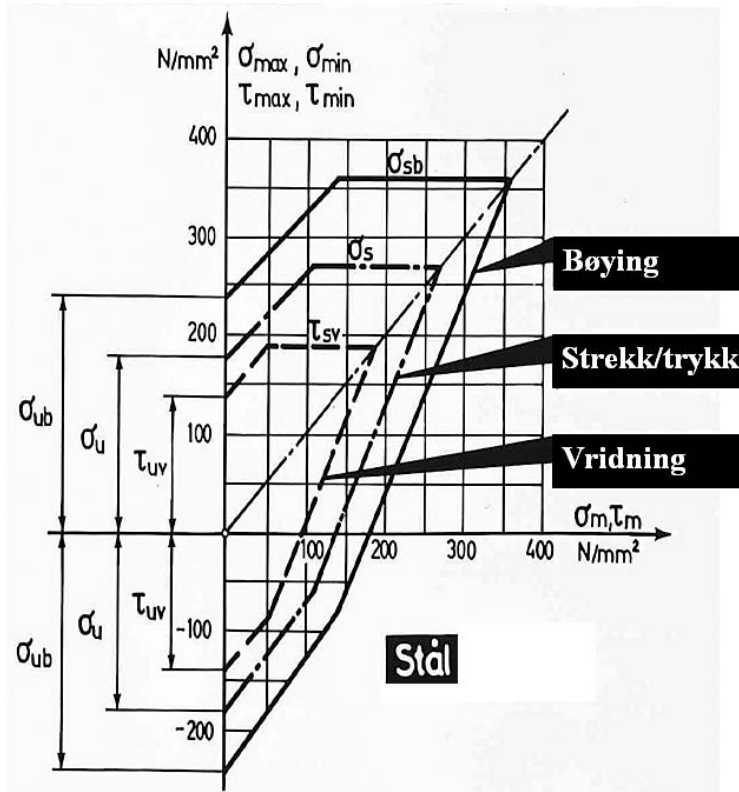
Amplitudens, σ_a , variasjon med negative midtspenninger (eksempler):



Figur 9.8

Amplitudens, σ_a , variasjon med negative midtspenninger.

Figuren under viser utmattingsdiagram for ulike typer belastning:



Figur 9.9

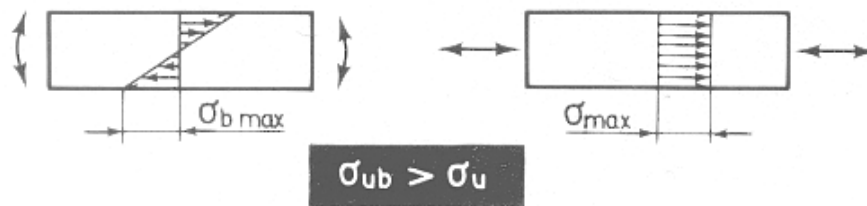
Utmattingsdiagram for ulike typer belastning for et vanlig konstruksjonsstål.

Belastning	Statisk flytegrense (σ_F) (N/mm ²)	Utmattingsgrense (N/mm ²)	
		symmetrisk vekslende $\mu = -1$	utsvingende $\mu = 0$
strekk / trykk	$\sigma_s = 270$	$\sigma_u = \pm 180$	$\sigma_{up} = 160 \pm 160$
bøying	$\sigma_{sb} = 360$	$\sigma_{ub} = \pm 240$	$\sigma_{ubp} = 210 \pm 210$
vridning	$\tau_{sv} = 190$	$\tau_{uv} = \pm 140$	$\tau_{uvp} = 140 \pm 140$

Tabell 9.2

Utmattingsdata.

I eksemplet for et vanlig konstruksjonsstål ser vi at $\sigma_{ub} = \pm 240$ og $\sigma_u = \pm 180$, altså er $\sigma_{ub} > \sigma_u$. Den statiske teorien sier at et mindre volum er utsatt for $\sigma_{b \text{ maks}}$ enn for σ_{maks} .



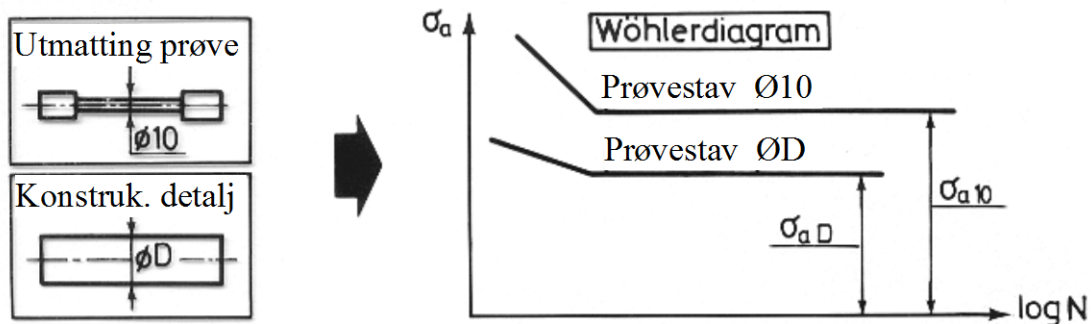
Figur 9.10

Utmatningsgrense ved vekslende bøyning og vekslende strekk / trykk.

9.2.2 Anvendelse av utmatningsdiagram

Når vi skal anvende utmatningsdiagrammet for vårt spesielle tilfelle, må vi tilpasse det etter den konstruksjonsdetaljen vi skal vurdere på utmatting. Vi må huske at alle utmatningsdata er basert på testing av standardiserte prøvestaver (ofte med diameter $\phi 10$) som er teste på en bestemt måte i et bestemt miljø. For å kunne tilpasse utmatningsdiagrammet til vårt tilfelle, må vi benytte flere faktorer som vi benytter for å redusere utmatningsdiagrammet.

Effekten av volum- og overflate



Figur 9.11

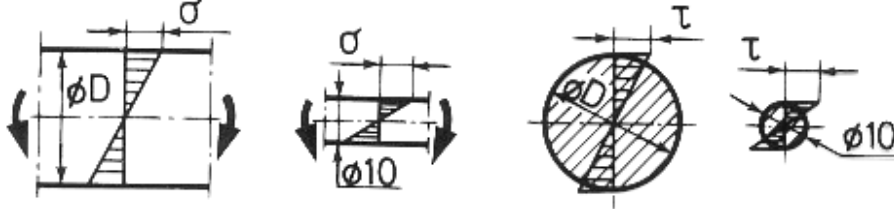
Utmatningsdiagram prøvestav og virkelig konstruksjonsdetalj.

Dimensjonsfaktor, $\chi_d = \delta \cdot \lambda = \frac{\sigma_{aD}}{\sigma_{a10}} \leq 1$

hvor:

δ = Geometrisk dimensjonsfaktor:

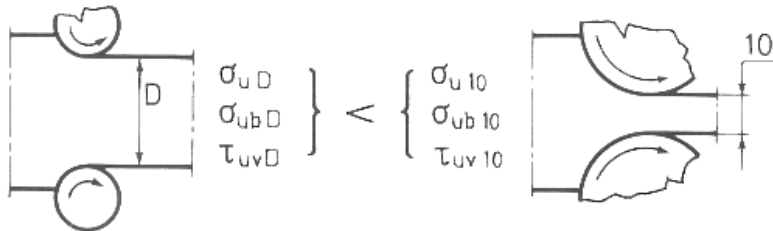
- spenningen σ (τ) avtar langsommere i overflatesjiktet
 - større volum inneholder flere svakhetstilfeller
- ⇒ lavere utmattingsfasthet



Figur 9.12

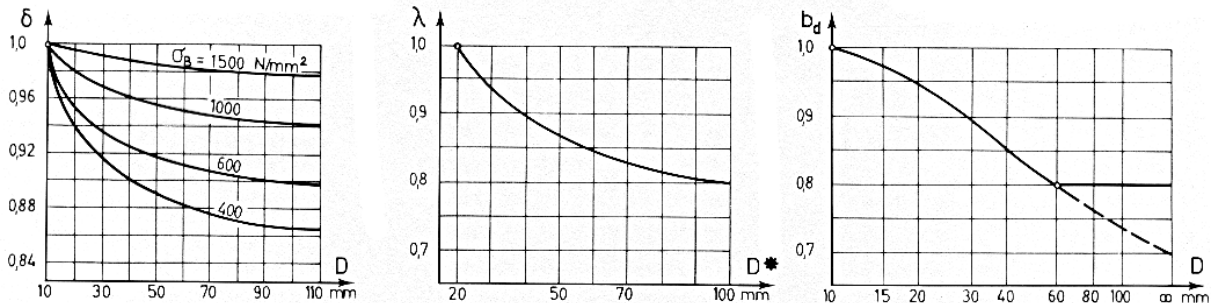
λ = Teknologisk dimensjonsfaktor:

Nedsmiing, valsereduksjon, mm. ⇒ forbedrer fasthetsegenskapene



Figur 9.13

Geometrisk dim.faktor δ · Teknologisk dim.faktor λ = Dimensjonsfaktor $\chi_d = \delta \cdot \lambda$

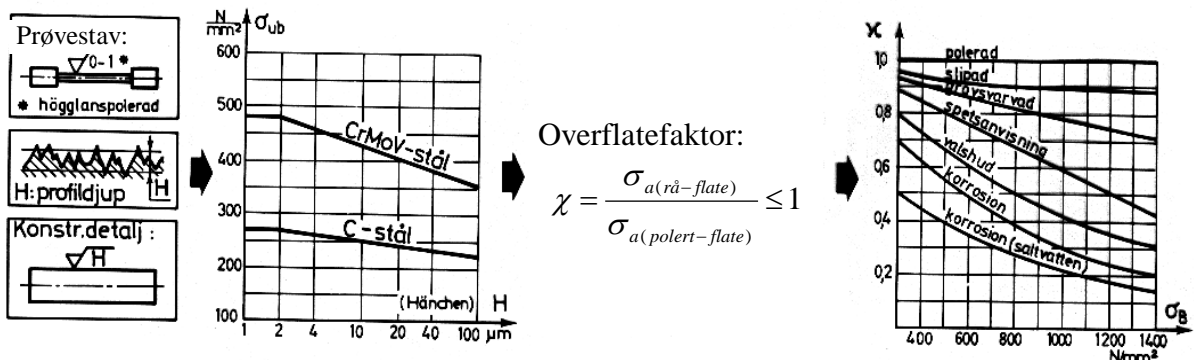


Figur 9.14

Dimensjonsfaktor. (D^* = valsediameter)

Overflatefaktor, χ

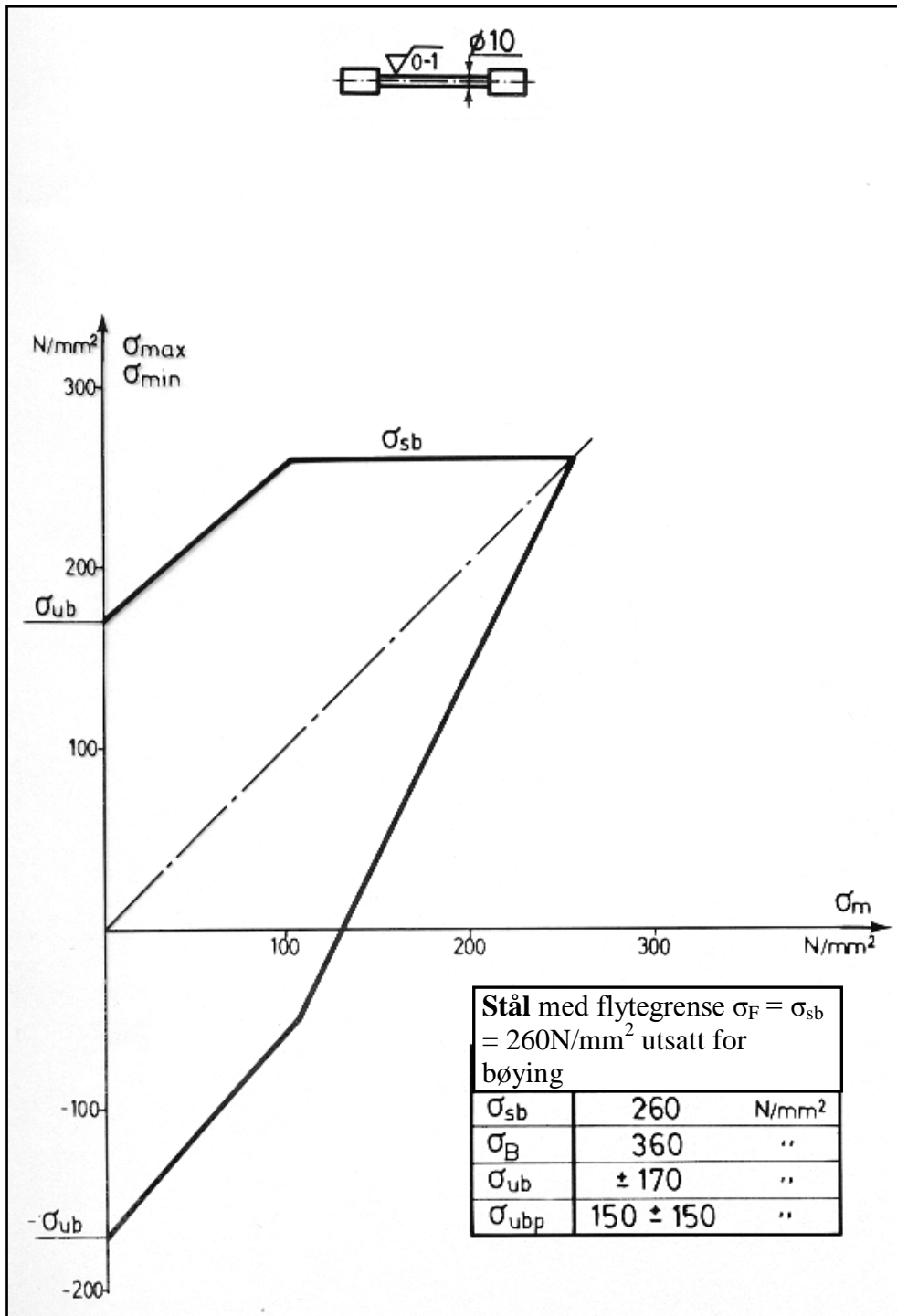
Utmattingsfastheten reduseres ved økende overflate- finhet/ruhet (H).



Figur 9.15

Overflatefaktor χ .

Eksempel. Konstruksjonsdetalj utsatt for varierende bøyebelastning.
 Utmatningsdiagram for bøyning (for prøvestav):

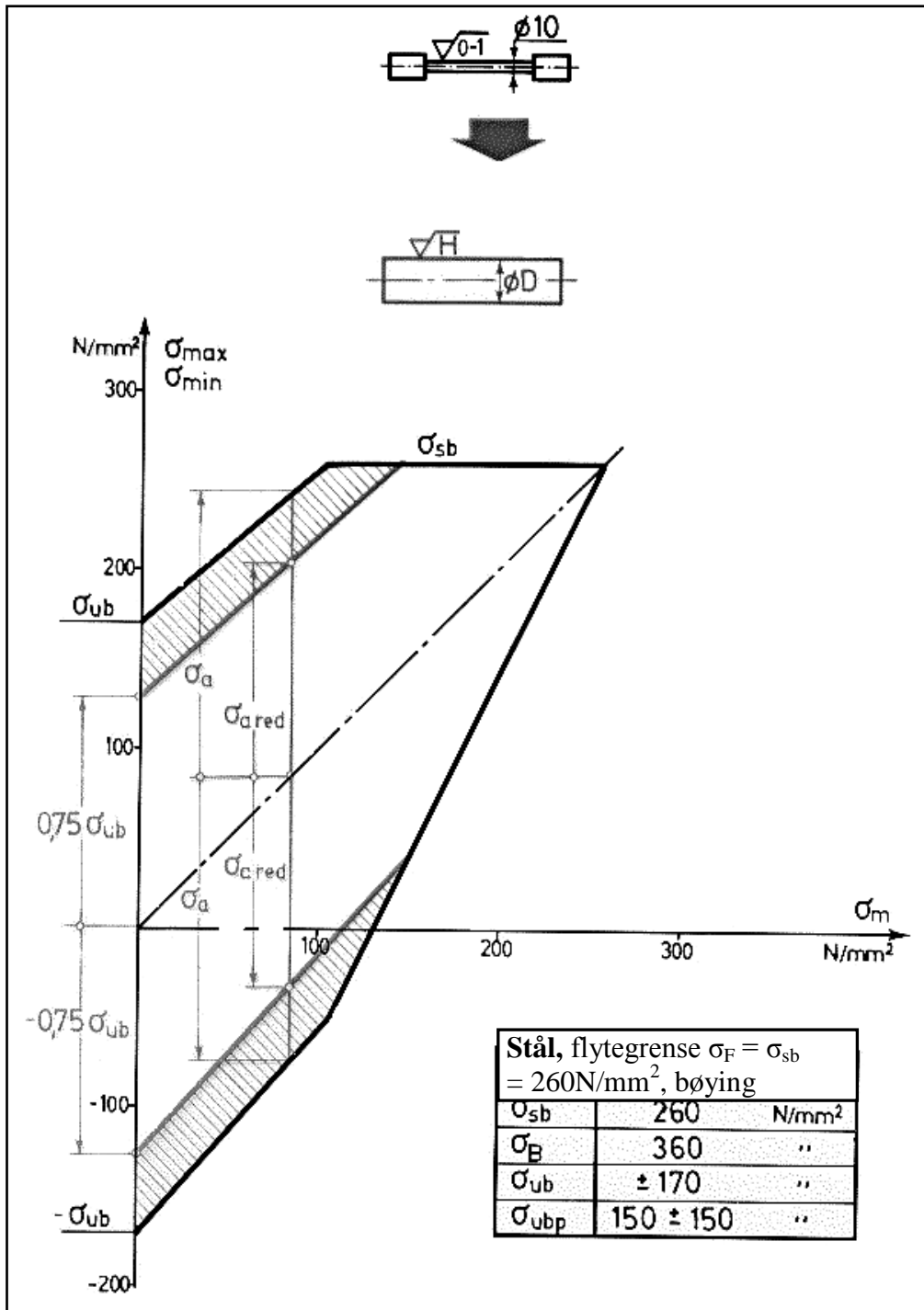


Figur 9.16
 Smith diagram for bøyebelastning av stål 1311-00 (prøvestaver).

Utmattingsdiagrammet må tilpasses virkelig konstruksjonsdetalj med diameter D, overflatefinhet H, etc. Vi må derfor redusere spenningsamplituden σ_a :

$$\sigma_{a_{\text{redusert}}} = \chi_d \cdot \chi \cdot \sigma_a \quad \text{eller} \quad \sigma_{a_{\text{redusert}}} = \delta \cdot \lambda \cdot \chi \cdot \sigma_a$$

hvor: χ_d = Dimensjonsfaktor δ = Geometrisk dimensjonsfaktor
 χ = Overflatefaktor λ = Teknologiskisk dimensjonsfaktor



Figur 9.17

Redusert Smith diagram (redusert σ_a) for virkelig konstruksjonsdetalj med diameter D.

Vi må så bestemme opptredende (virkelig) spenning i det aktuelle tilfellet:

Nominell (teoretisk) spenning: $\sigma = \sigma_m \pm \sigma_a$

hvor: σ_m = Midlere spenning

σ_a = Amplitudespenning

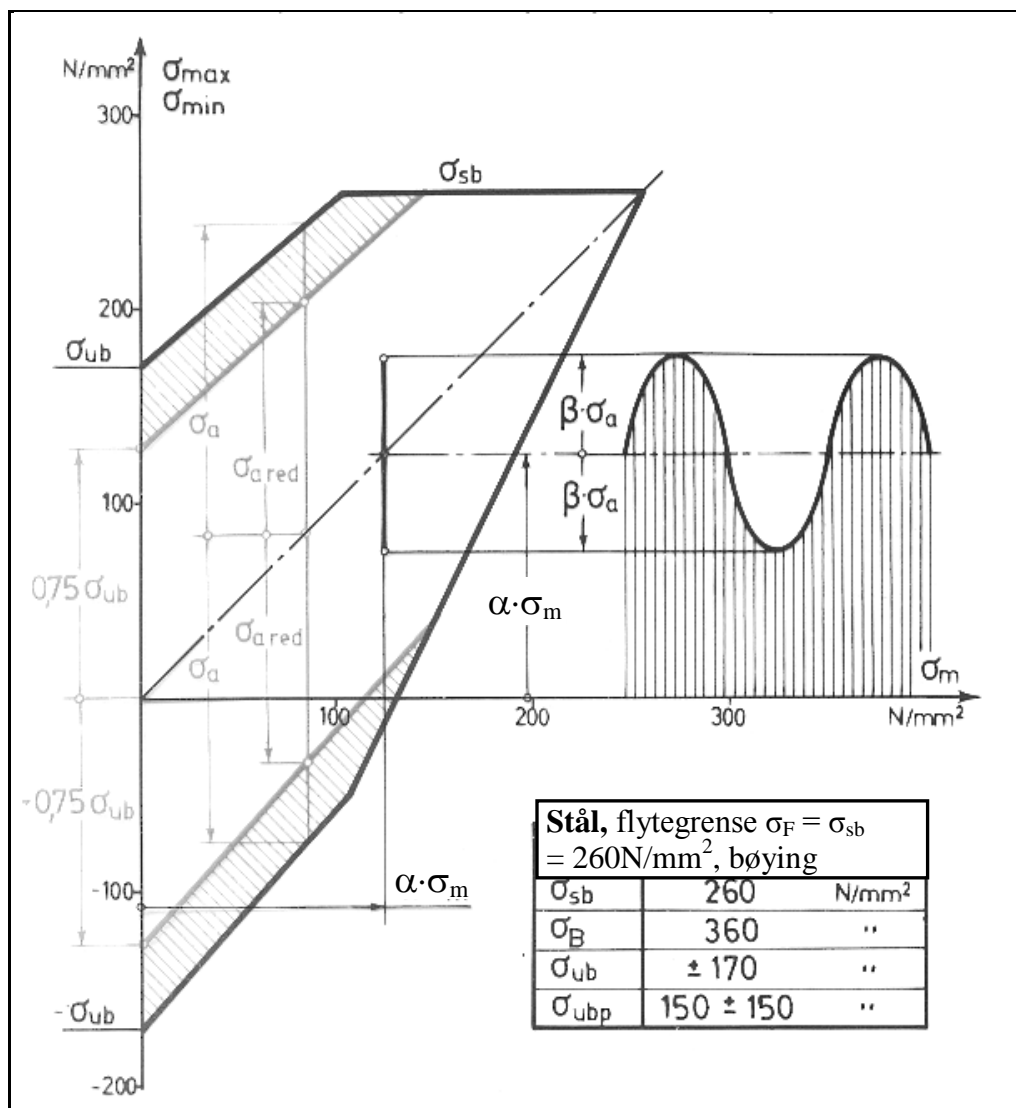
Vi tenker oss at middelspenningen σ_m står stille og at amplituden σ_a er den utmattende belastningen.

⇒ Opptredende (virkelig) spenning: $\sigma = \alpha \cdot \sigma_m \pm \beta \cdot \sigma_a$
 $\sigma = \alpha \cdot \sigma_m \pm (1 + \eta(\alpha - 1)) \cdot \sigma_a$

hvor: α = Formfaktor som bare tar hensyn til konstruktiv utforming (v/statisk belastning)

β = Kjervfaktor som også tar hensyn til materialet (v/dynamisk belastning)

η = Kjervfølsomhetsfaktor



Figur 9.18

Opptredende spenning $\sigma = \alpha \cdot \sigma_m \pm \beta \cdot \sigma_a$ inntegnet i redusert Smith diagram.

9.2.3 Sikkerhetsfaktor n

Vi kan benytte 3 forskjellige sikkerhetsfaktorer, som angir sikkerhet med hensyn på:

- Sikkerhetsfaktor amplitude n_a
 $n_a = \frac{\text{største amplitude } \sigma_A}{\text{virkelig amplitude } \beta \cdot \sigma_a}$ ved virkelig middelspenning $\alpha \cdot \sigma_m$
 ($\sigma_m = \text{konst.}$)
- Sikkerhetsfaktor middelspenning n_m
 $n_m = \frac{\text{største middelspenning } \sigma_M}{\text{virkelig ampl. } \beta \cdot \sigma_a}$ / virkelig middelspenning $\alpha \cdot \sigma_m$
 ($\sigma_a = \text{konst.}$)
- Sikkerhetsfaktor amplitude og middelspenning n_{am}
 $n_{am} = \frac{\text{største amplitude } \sigma_A \text{ ved beste kombinasjon } \sigma_a \text{ og } \sigma_m}{\text{virkelig amplitude } \beta \cdot \sigma_a \text{ ved virkelig middelspenning } \alpha \cdot \sigma_m}$
 ($\sigma_{\min} / \sigma_{\max} = \text{konst.}$)

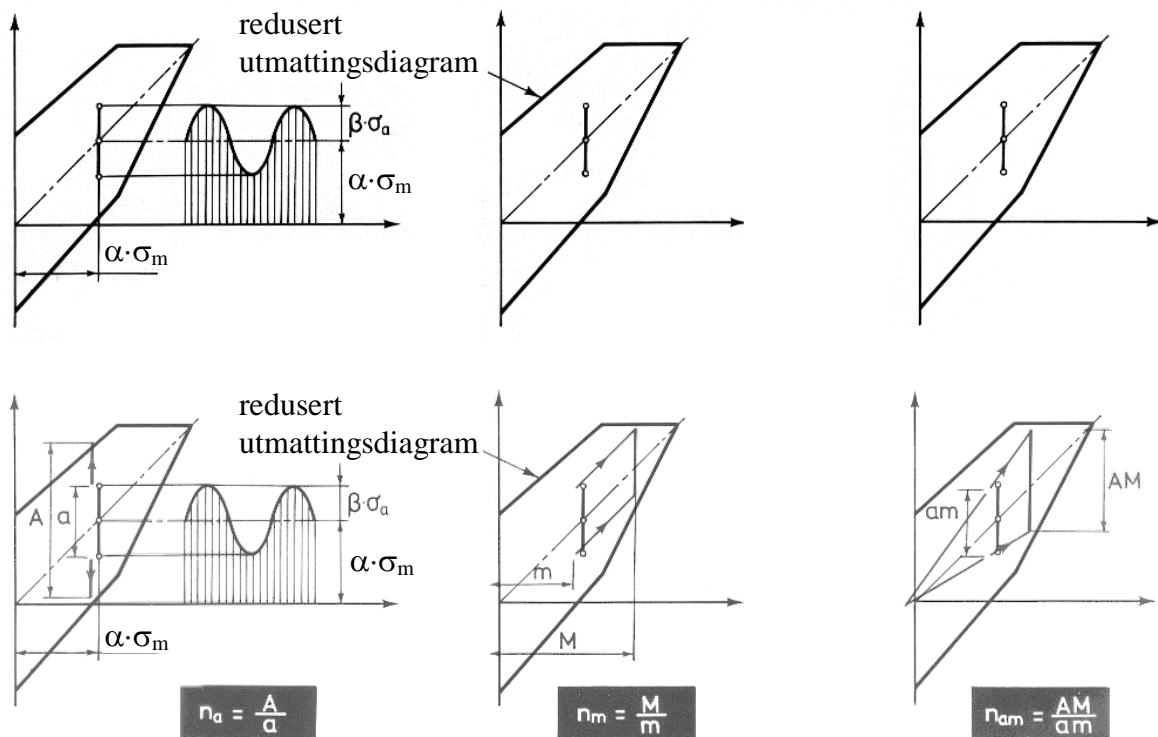
Figuren under viser hvordan vi finner spenningene i Smith Diagrammet.

Sikkerhet med hensyn på:

Amplitude, n_a
 ($\sigma_m = \text{konst.}$)

Middelspenning, n_m
 ($\sigma_a = \text{konst.}$)

Amplitude og
 midtspenning, n_{am}
 ($\mu = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = \text{konst.}$)



Figur 9.19

Hvordan finne spenninger for å beregne sikkerhetsfaktorer.

10 REFERANSER

- 1 Dahlvig, Christensen, Strømsnes (1991). *Konstruksjonselementer*. Yrkesopplæring ans. ISBN 82-585-0700-1
- 2 Sverre E. Kindem (1991). *Mekanikk 1. Statikk og fasthetslære*. Yrkesopplæring ans. ISBN 82-585-0282-4
- 3 G H Ryder (1971). *Strength Of Materials*. Macmillan. SBN 333 10928 7
- 4 A. Almar Næss (1993). *Metalliske materialer*. Tapir. ISBN 82-519-1118-4
- 5 Henning Johansen (1989). *Konstruktiv utforming av sveiste konstruksjoner*. Teknologisk Institutt
- 6 Peter Köves. *Utmatting*.

11 VEDLEGG

11.1 Øvingsoppgaver

OPPGAVE 1

Et tynnvegget rør med ytre diameter $d = 200\text{mm}$ og veggtykkelse $t = 6\text{mm}$ er påkjent av en sentrisk virkende strekkraft $F_a = 400\text{kN}$ og et torsjons (vri-) moment $T = 50\text{kNm}$.

Bestem, ved beregning og ved bruk av Mohrs spennings sirkel:

- Hovedspenningene.
- Den største skjærspenningen som opptrer.

OPPGAVE 2

- Tegn Mohrs spennings sirkel for spenningene $\sigma_x = 150\text{N/mm}^2$, $\sigma_y = 30\text{N/mm}^2$ og $\tau_{xy} = 80\text{N/mm}^2$.
- Les av hovedspenningene.
- Beregn den maksimale skjærspenningen og vinkelen α .

OPPGAVE 3

Et tynnvegget stålrør har en ytre diameter på 200mm og en veggtykkelse på 10mm . Røret er lukket i begge ender. Det er påkjent av en aksial strekkraft $F_a = 300\text{kN}$, et torsjonsmoment på $T = 50\text{kNm}$ og et indre overtrykk på $p = 80\text{bar}$.

Beregn med disse påkjenningene:

- Den største normalspenningen som opptrer i røret.
- Den største skjærspenningen som opptrer i røret.
- Bestem spenningene over v.h.j.a. Mohrs spennings sirkel.

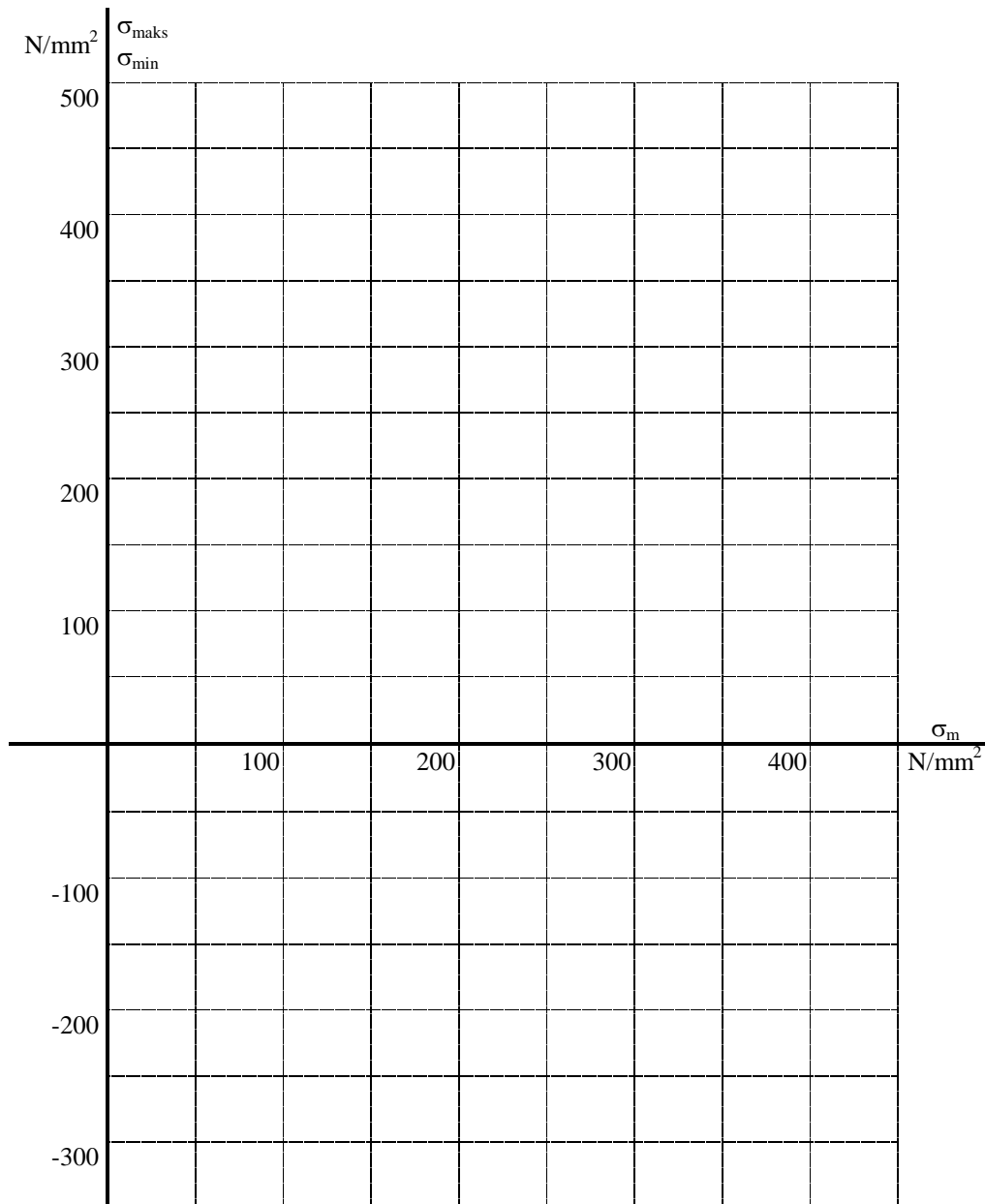
OPPGAVE 4

Tegn forenklet utmattingsdiagram som gjelder for belastningstilfellene strekk/trykk, bøyning og vridning for en blankpolert prøvestav, Ø10. (Bare positive middelspenninger).

Materiale: Stål SIS 1650-01

tekst	flytegrenser (N/mm ²)	symmetrisk vekslende (N/mm ²)	utsvingende (N/mm ²)
strekk/trykk	$\sigma_s = 310$	$\sigma_u = \pm 200$	$\sigma_{up} = 180 \pm 180$
bøyning	$\sigma_{sb} = 390$	$\sigma_{ub} = \pm 270$	$\sigma_{ubp} = 240 \pm 240$
vridning	$\tau_{sv} = 220$	$\tau_{uv} = \pm 150$	$\tau_{uvp} = 150 \pm 150$

$\sigma_B = 590 \text{ N/mm}^2$

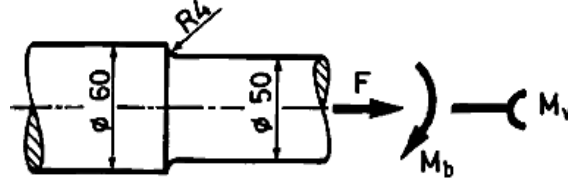


OPPGAVE 5

Bestem strekk-, bøye- og vridningsbelastningen som forårsaker flyting i bunnen av kjerven på akselen i figuren under.

Materiale: Stål SIS 1650-01 med flytegrenser:

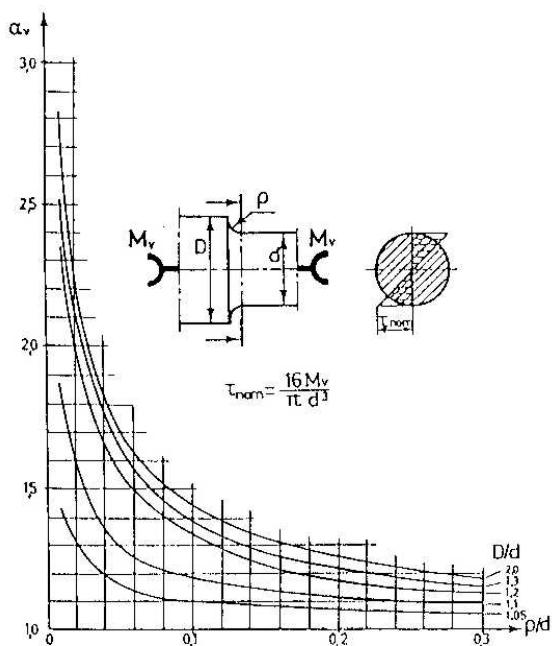
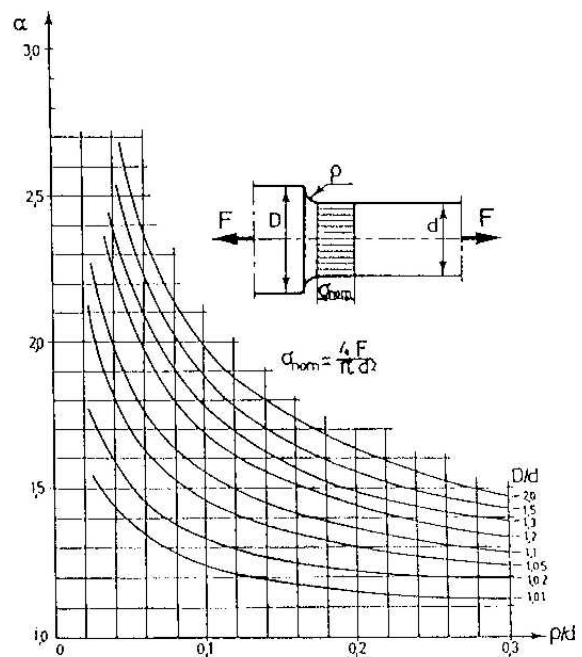
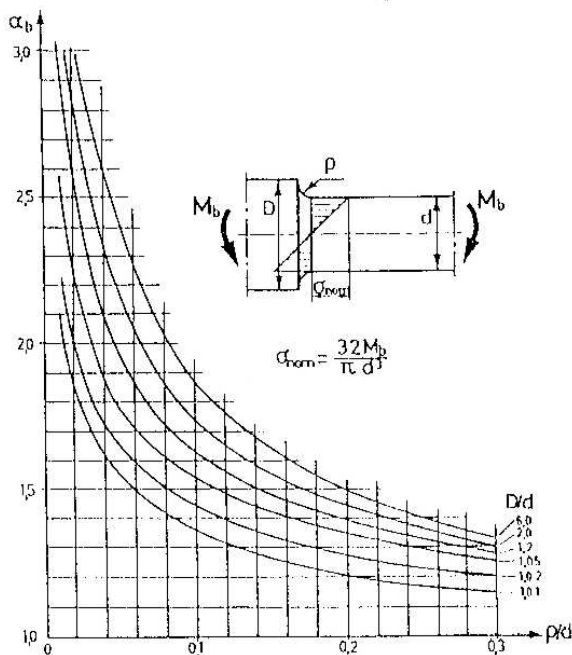
- strekk/trykk: $\sigma_s = 310\text{N/mm}^2$ - bøyning: $\sigma_{sb} = 390\text{N/mm}^2$ - vridning: $\tau_{sv} = 220\text{N/mm}^2$



Figur O5

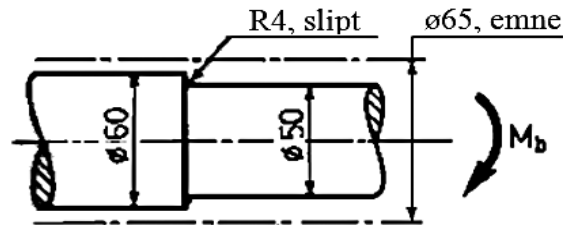
Aksel. (F , M_b og M_v virker ikke samtidig!)

Formfaktorer α :



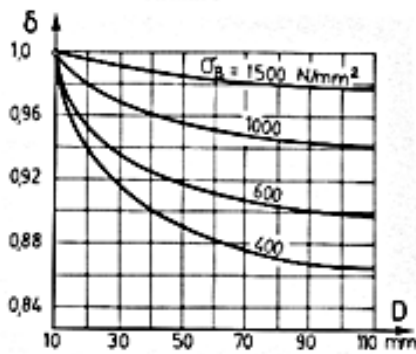
OPPGAVE 6

- a) Tegn redusert utmattingsdiagram for akselen i oppgave 5, utsatt for bøyning. Akselen er valset fra 65mm til de i figuren oppgitte dimensjoner. Materiale: Stål SIS 1650-01
- b) Bestem kjervfaktoren ved tverrsnittsovergangen.

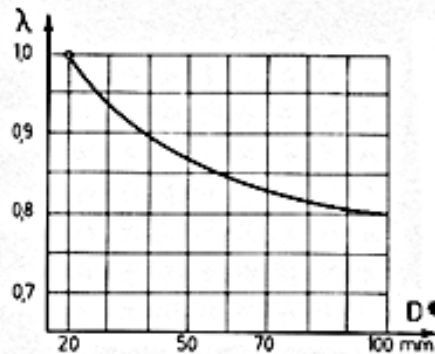


Figur O6
Aksel.

Geometrisk dimensjonsfaktor δ :

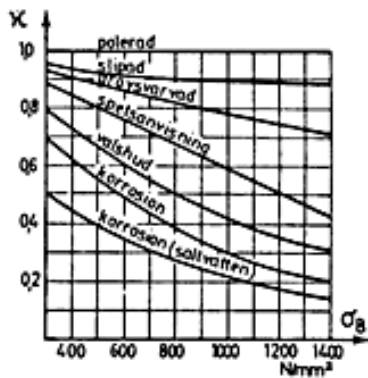


Teknologiskisk dimensjonsfaktor λ :

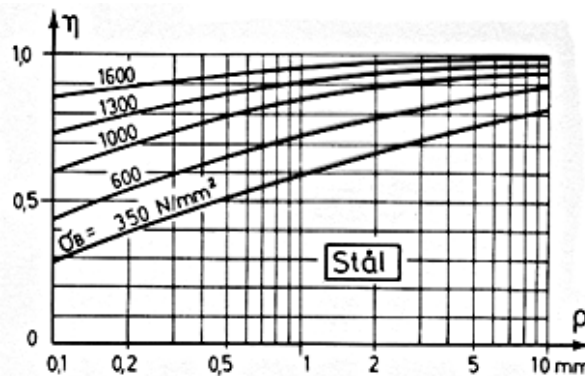


(D* = valsediameter)

Overflatefaktor χ :



Kjervfølsomhetsfaktor, η :



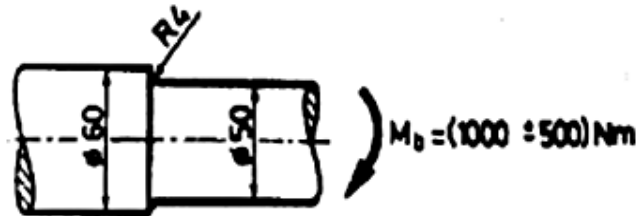
OPPGAVE 7

Beregn sikkerheten, n_a , n_m og n_{am} , mot utmattingsbrudd i overgangstverrsnittet hos akselen i oppgave 5 og 6.

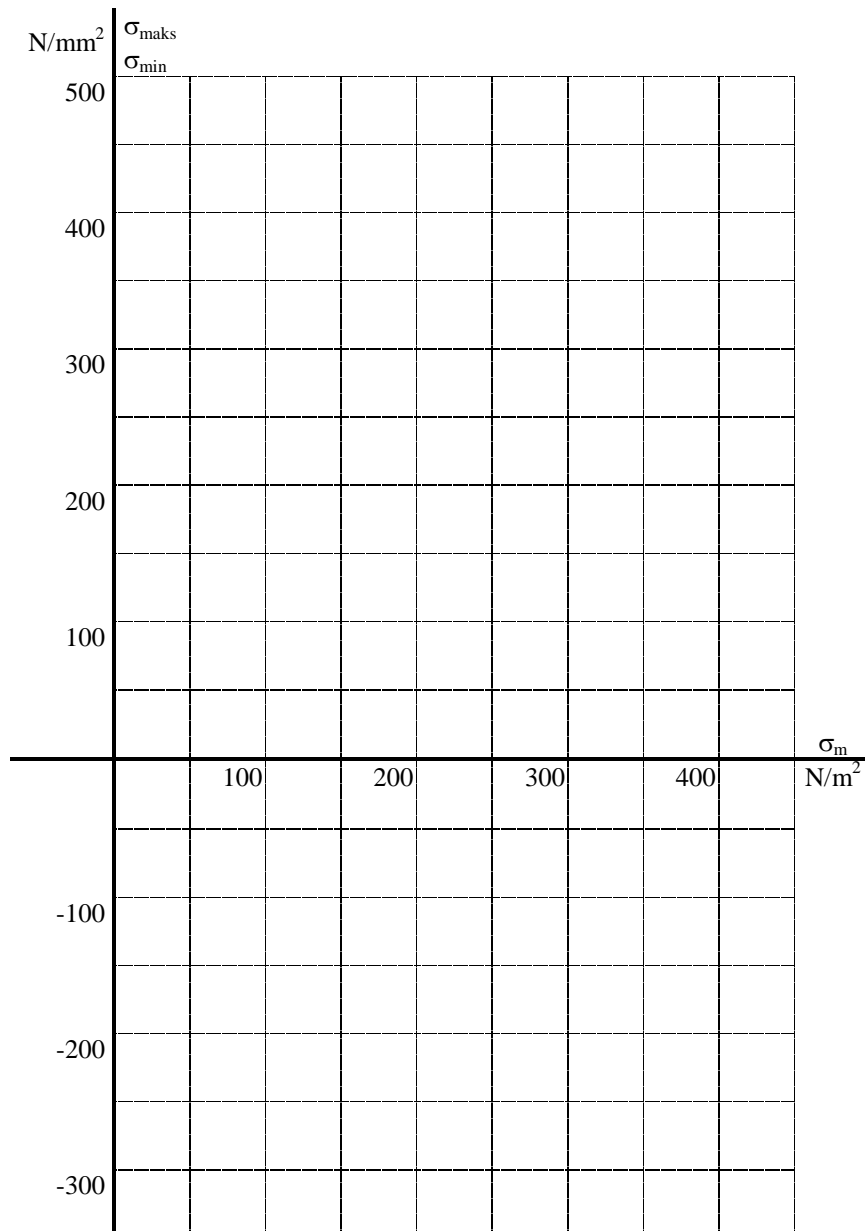
- n_a = sikkerhet med hensyn på amplitudespenning ($\sigma_m = \text{konst.}$).
- n_m = sikkerhet med hensyn på middelspenning ($\sigma_a = \text{konst.}$).
- n_{am} = sikkerhet med hensyn på amplitude- og middelspenning.

Materiale : Stål SIS 1650-01

Belastning : Bøyemoment $M_b = (1000 \pm 500)\text{Nm}$



Figur O7
Aksel i oppgave 5 og 6.



11.2 Fasit til øvingsoppgaver

OPPGAVE 1

Bestem, ved beregning og ved bruk av Mohrs spennings sirkel:

a) Hovedspenningene.

$$\underline{\underline{\sigma_{\text{maks}} = 209 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{\text{min}} = -100 \text{ N/mm}^2}}$$

b) Den største skjærspenningen som opptrer.

$$\underline{\underline{\tau_{\text{maks}} = 155 \text{ N/mm}}}$$

$$\underline{\underline{\alpha = 34,7^\circ}}$$

OPPGAVE 2

a) Tegn Mohrs spennings sirkel for spenningene $\sigma_x = 150 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_y = 30 \text{ N/mm}^2$ og $\tau_{xy} = 80 \text{ N/mm}^2$.

b) Les av hovedspenningene.

$$\underline{\underline{\sigma_1 = 190 \text{ N/mm}^2}} \quad \underline{\underline{\sigma_2 = -10 \text{ N/mm}^2}}$$

c) Beregn den maksimale skjærspenningen og vinkelen α .

$$\underline{\underline{\tau_{\text{maks}} = 100 \text{ N/mm}^2}} \quad \underline{\underline{\alpha = 27^\circ}}$$

OPPGAVE 3

a) Den største normalspenningen som opptrer i røret.

$$\underline{\underline{\sigma_{\text{maks}} = 171 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{\text{min}} = -15 \text{ N/mm}^2}}$$

b) Den største skjærspenningen som opptrer i røret.

$$\underline{\underline{\tau_{\text{maks}} = 93 \text{ N/mm}}}$$

OPPGAVE 4

Tegn forenklet utmattingsdiagram som gjelder for belastningstilfellene strekk/trykk, bøyning og vridning for en blankpolert prøvestav, Ø10.

OPPGAVE 5

Bestem strekk-, bøye- og vridningsbelastningen som forårsaker flyting i bunnen av kjervan på akselen i figuren

$$F_{\text{strekk}} \geq 338 \text{ kN}$$

$$M_b \geq 2780 \text{ Nm}$$

$$M_v \geq 3830 \text{ Nm}$$

OPPGAVE 6

a) Tegn redusert utmattingsdiagram for akselen i oppgave 5, utsatt for bøyning.

b) Bestem kjervfaktoren ved tverrsnittsovergangen.

$$\beta = 1,59$$

OPPGAVE 7

Beregn sikkerheten, n_a , n_m og n_{am} , mot utmattingsbrudd i overgangstverrsnittet hos akselen i oppgave 5 og 6.

$$- n_a = \text{sikkerhet med hensyn på amplitudespenning } (\sigma_m = \text{konst.}) = 2,7$$

$$- n_m = \text{sikkerhet med hensyn på middelspenning } (\sigma_a = \text{konst.}) = 2,3$$

$$- n_{am} = \text{sikkerhet med hensyn på amplitude- og middelspenning} = 1,9$$